w litoprofti
Laelice
8LL 28

Zu der

öffentlichen Prüfung aller Klassen

des

Königlichen katholischen Gymnasiums zu Oppeln

am 13. August 1863

und der auf den 14. August festgesetzten Schluszfeierlichkeit

ladet ehrerbietig ein

Dr. August Stinner,

Director des Gymnasiums, Ritter des rothen Adlerordens vierter Klasse.

1(0

Inhalt:

Oppeln,
Druck von Erdmann Raabe.
1863.

Zur Winkeltheilung.

Man macht bisweilen die Erfahrung, dasz strebsame Schüler der oberen, ja wohl schon der mittleren Klassen unserer Schulen sich mit der Lösung gerade solcher Probleme befassen, die ihnen als bisher ungelöst bezeichnet worden; so die geometrische Rectification der Kreislinie und die Quadratur der Kreisfläche, die allgemeine Winkeltheilung und die Construction beliebiger regulären Polygone. Einmal geht denselben die Kenntniss davon ab, wie wahrhaft grossartig die Schöpfungen unserer mathematischen Heroen sind, um zu ermessen, was dazu gehöre, etwas entdecken zu wollen, was diesen Geistern unbekannt geblieben; dann rechnen aber wohl manche auf einen glücklichen Zufall und meinen, irgend eine gute Idee gehöre nur dazu, um diese oder jene doch so einfach erscheinende Aufgabe zu lösen, wie ihnen ja schon manchmal eine gute Idee, über die sie sich doch auch hätten keine Rechenschaft geben können, bei anderen, besonders geometrischen Aufgaben zu Statten gekommen sei. Ich könnte auch Namen nennen von Männern, die schon längst in Amt und Würde stehen, aber aus besonderer Neigung noch einige Mathematik treiben; ich weiss, dass ihnen diese unglückliche Idee, auf eine glückliche Idee zu hoffen, schon viel Zeit gekostet und sogar manche schlaflose Nacht bereitet hat.

Hauptsächlich diesen und unseren Schülern zu Liebe sind die folgenden Zeilen geschrieben. Ich hoffe, es werde mir gelungen sein, auch diesem gedachten Leserkreise ein gewisses Verständniss der Sachlage zu eröffnen; eine geringe Nachhilfe dürfte dort genügen, wo einige Schwierigkeiten hervortreten, die ich nicht wohl gänzlich vermeiden konnte. Manche Einzelheiten können auch ganz übergangen werden, ohne dass dadurch das Verständniss des Ganzen leiden wird.

§. 1.

Constructionen, die mit Lineal und Zirkel ausgeführt sind, gibt man vor allen übrigen den Vorzug, und zwar mit Recht, da diese Werkzeuge als die gleichsam ursprünglichen zur Herstellung anderer unentbehrlich sind, und da ferner schon bei dieser Herstellung Fehler begangen sein können, welche die Brauchbarkeit des neuen Instrumentes bezweifeln lassen. Es ist nun üblich, jene Constructionen allein geometrisch zu nennen, im Gegensatze zu diesen, den mechanischen. Dieser herkömmliche Gebrauch eben hat nicht selten zu Missverständnissen Veranlassung gegeben, da ein Mann aus dem nicht specifisch mathematischen Volke nur zu leicht geneigt ist, unter dem Mechanischen sich etwas Handwerksmässiges vorzustellen. Wenn aber von geometrischen Constructionen die Rede ist, so sind damit solche gemeint, wie sie in der sogenannten Geometrie der Alten vorkommen, in der die gerade Linie und der Kreis die Hauptrolle spielen. Jahrhunderte haben all' ihren Scharfsinn aufgeboten, um fast ausschliesslich die Lehre von geradlinigen Figuren und dem Kreise auszubilden und zu vervollkommnen; kein Wunder also, dass Lineal und Zirkel zu Ehren gekommen sind.

Die analytische Geometrie, erst etwa 200 Jahre alt, welche alle möglichen, irgend welchem Gesetze entsprungenen mathematischen Gebilde untersucht, verschmäht es indessen auch nicht, Instrumente an die Hand zu geben, mit denen man diese Gebilde construiren kann. Diese Constructionen nennt man, vielleicht nicht ganz passend, mechanisch, womit wieder die annäherungsweisen Constructionen und die, welche durch Probiren ausgeführt werden, nicht zu verwechseln sind. Wenn nur erst die Kegelschnitte und andere Formen aus der analytischen Geometrie im gemeinen Leben in einigen tausend Fällen zur Anwendung kämen, wer weiss, ob man den zu ihrer Darstellung erforderlichen Werkzeugen dann nicht ein bescheidenes Plätzchen neben den fast allmächtig gewordenen Usurpatoren gönnen würde. Und wer weiss, ob nicht der menschliche Genius dann noch ein allgemeines Mittel schaffen würde, mit dessen Hilfe man Cycloiden, Epicycloiden und Hypocycloiden, Cissoiden, Conchoiden und Cardioiden ebenso in einem Zuge beschreiben kann, wie Kreise mit dem Zirkel. Schon Newton's Fluxionen, denen man natürlich mit einem starren Systeme von Lineal und Zirkel nicht folgen kann, weisen darauf hin, welcher Art dieses Mittel sein müsste; was am Ellipsen-Zirkel oft getadelt wird, als sei er kein geometrisches Werkzeug, weil bei ihm der Begriff der Bewegung in den Vordergrund tritt, der doch eigentlich nur in die Mechanik gehöre, eben das ist es, wovon wir in Bezug auf Constructionswerkzeuge, so zu sagen, das Heil der Zukunft erwarten dürfen.

Es ist wohl gewiss, dass unsere heutigen Mechaniker (nicht gerade die, welche Werke über höhere Mechanik schreiben) allerlei Instrumente zu liefern vermögen, die in Bezug auf Genauigkeit in der Anwendung entweder eben so brauchbar sind wie Lineal und Zirkel, oder doch denselben nicht so sehr nachstehen, dass man hierin einen wesentlichen Unterschied machen müsste; denn auch der Gebrauch von Lineal und Zirkel leidet immer an einer gewissen Mangelhaftigkeit. Wer vermöchte gerade Linien und Kreise herzustellen, welche der mathematischen Idee entsprechen? In weit höherem Grade, als unser Wissen, ist unser Thun Stückwerk.

§. 2.

In dem Vorhergehenden glaube ich zur Genüge gezeigt zu haben, wie es mit den geometrischen und nicht geometrischen Constructionen steht. Wir brauchen uns gar nicht zu scheuen, ja ich sage, wir sind verpflichtet und gezwungen, neue Instrumente zu erdenken, wenn bei der Lösung gewisser Aufgaben die alten uns ihre Dienste versagen; denn oft fehlt uns eben nur das richtige Werkzeug hierzu, und es heiszt vom Zirkel zu viel verlangen, wenn er uns überall zum

Ziele führen soll. Ist es doch auch noch Niemanden eingefallen, mit einem Malerpinsel den Obliegenheiten eines Schneidermeisters nachzukommen.

In vielen Fällen ist es auch gar nicht schwer, in der angedeuteten Beziehung die Zahl der Erfindungen zu vermehren. Ein Beispiel mag als Beweis dienen. Es haben sich bekanntlich schon viele hundert, wenn nicht tausend oder mehr Menschen damit abgemüht, mit dem Zirkel die Kreislinie zu rectificiren, aber vergebens. Warum? Weil es durchaus mit dem Zirkel geschehen sollte. Ein anderes Werkzeug würde mit Leichtigkeit dem Wunsche der Suchenden Genüge leisten. Wenn mir auch noch kein solches bekannt geworden ist, so bin ich doch überzeugt, dass schon Viele dergleichen gefunden haben, oder doch finden würden, wenn sie wollten. Von denen, die sich mir nach kurzer Überlegung dargeboten haben, will ich eins beschreiben:

In Fig. 1 ist ab ein an der Vorderseite etwas dickes Lineal; diesem entlang wird ein gerader, kreisförmiger Cylinder cd fortgerollt, und zwar so weit, bis die Spitze p des in o auf der Oberfläche des Cylinders befestigten Pfeiles die Fläche des untergelegten Papieres in x trifft. Nun wird der Pfeil abgenommen (wobei in o wohl eine Öffnung, aber keinerlei Erhebung eintreten darf), und der Cylinder weiter vorgerollt, über die Öffnung hinweg, bis dieselbe auf der hinteren Seite wieder zum Vorschein kommt. Endlich wird der Pfeil wieder eingesetzt, dessen Spitze p bei fernerem Fortrollen die Fläche des Papieres in einem anderen Punkte y zum zweiten Male treffen wird. Die gerade Linie xy ist, wie man sofort einsieht, die rectificirte Kreislinie des senkrecht zur Axe gelegten Cylinderdurchschnitts. Dabei ist allerdings auch angenommen, dass op selbst zur Axe senkrecht angebracht ist. —

Hat man irgend eine Kreislinie auf diese Weise rectificirt, so findet für alle übrigen der Satz Anwendung: „Die Peripherien zweier Kreise verhalten sich zu einander, wie ihre Radien oder Durchmesser". Hat man also zwei gerade Linien irgendwo verzeichnet, von denen die eine den Radius (oder den Durchmesser) eines Kreises, die andere die Länge der dazu gehörigen Peripherie darstellt, so können diese 2 Linien als Normallinien für jede andere Rectification benützt werden.

Über die Genauigkeit der Construction braucht man gar kein Bedenken zu tragen, wenn man das Lineal und den Cylinder genau gearbeitet annimmt; und dazu sind wir berechtigt, wenn nicht überhaupt der Gebrauch eines jeden Werkzeuges, also auch des Zirkels verworfen werden soll. Später werde ich noch ein anderes Instrument beschreiben, das zur Theilung eines beliebigen Winkels in beliebig viele Theile angewendet werden kann, unter der Voraussetzung seiner absoluten Vollkommenheit, was hier, wie ich selbst gestehen will, etwas gewagt sein dürfte.

Die Quadratur der Kreisfläche und die Construction der regulären Polygone fallen, wie wohl Jeder weisz, mit den 2 eben bezeichneten Aufgaben zusammen.

§. 3.

Ich gehe nun zu meiner Hauptaufgabe über, zur Beantwortung der Frage, ob und wie sich ein Winkel in gleiche Theile zerlegen läszt. Dass man einen Winkel in 2, daher auch in 4, 8 (gleiche) Theile etc. theilen kann, lehrt jede Planimetrie; ebenso kann man speciell einen rechten Winkel in 3, 5, 6, 10, 15, 17 Theile*) theilen und die regulären Polygone mit der betreffenden Anzahl von Seiten in den Kreis zeichnen. Zu weiteren Theilungen aber hat man mit Hilfe des Zirkels und Lineals noch nicht gelangen können, und es scheint, als ob man auf andere Hilfsmittel denken müsse.

Da hat man sich nun zunächst bemüht, die Dreitheilung eines beliebigen Winkels zu ermöglichen, und mit Benützung der Kegelschnitte ist dies auf vielfache Weise gelungen. Von drei solchen Lösungen habe ich bis jetzt Kenntniss erhalten; zwei derselben sind in dem Lehrbuche der höheren Mathematik von Burg, Wien 1833, 2. Theil, Seite 321, enthalten, die dritte bildet eine Programm-Abhandlung (Oppeln, 1830) des jetzigen Professors Herrn Uhdolf in Grosz-Glogau. Die letztere empfiehlt sich durch ihre Einfachheit, da nur die Scheitelgleichung der Hyperbel als bekannt vorausgesetzt, übrigens Alles auf elementare Weise abgemacht wird. Seitdem mögen wohl noch manche andere Lösungen erfolgt sein, und man findet jetzt in Lehrbüchern der höheren Geometrie diese Dreitheilung schon als blosze Übungsaufgabe, ohne Auflösung, hingestellt. Wenn aber diese Sache auch nicht mehr neu ist, so will ich doch hier eine Auflösung hinzufügen, die von einem unserer Schüler, ganz ohne mein Zuthun, gefunden worden ist.

Aufgabe: Der beliebige Winkel abc (α) ist in drei gleiche Theile zu theilen. (S. Fig. 2).

Auflösung: Von einem Punkte a des einen Schenkels fälle ich eine Senkrechte auf den anderen (am $\perp$ bc) und schlage von b aus nach dem geometrischen Orte der Spitzen aller Dreiecke, in welchen die Basis (ab) und die Differenz der ihr anliegenden Winkel ($\delta = \mathrm{R} - \alpha$) konstant ist**), mit dieser Basis einen Kreis; den Durchschnittspunkt d verbinde ich mit b und behaupte, dasz $\angle$ dbc (z) $= \frac{\alpha}{3}$ ist.

*) Es scheint mir empfehlenswerth, die letzte Theilung, diese merkwürdige Erfindung unseres groszen Gauss, den Schülern mitzutheilen, da dies, wie ich aus Erfahrung weisz, denselben eine sehr angenehme Abwechselung bietet, und der von Ampère gelieferte geometrische Beweis nicht so schwer ist, dasz er nicht von einer Anzahl der Schüler verstanden werden könnte. Dasz man denselben in das gewöhnliche Lehrpensum aufnehmen solle, ist damit gar nicht gesagt. Aber es giebt gewisse Stunden, z. B. kurz vor oder nach den Ferien, die man mit dergleichen Extravaganzen nach meiner Meinung ganz zweckmäszig verwenden kann. Nicht wohl geneigt, für die weisen Lehren ihres Handbuches sich zu begeistern, sammeln doch die Schüler in solchen Stunden ihre Aufmerksamkeit, wenn es gilt, etwas Auszergewöhnliches zu erfahren, wie Mittheilungen aus dem Leben und Streben groszer Männer, oder etwas über die Lösung gewisser berühmt gewordener Probleme. Wenn es ihnen dabei freilich auch Hauptsache ist, dass sie dies nicht zu lernen haben, so wird sich ein gewisser Nutzen sicherlich auch hierbei herausstellen, da es nach dem Ausspruche berühmter Pädagogen auf der Schule nicht nur darauf ankommt, die Zöglinge zu speisen und zu tränken, sondern auch darauf, dieselben hungrig und durstig zu machen. Warum sollten die Schüler nicht auch wenigstens oberflächliche Kenntniss nehmen dürfen von Miquel's Satz über das Fünfeck, von Pascal's Satz über das Sechseck im Kreise, oder von dem Probleme des Pappus?

**) Man weisz, dass dieser Ort eine gleichseitige Hyperbel ist, in welcher die als unveränderlich gegebene Basis (ab) ein Durchmesser ist. Die Lage der Hyperbel nebst Hauptaxe und Asymptoten habe ich mir mit durchbrochenen Linien anzudeuten erlaubt; ebenso habe ich noch einige andere solche Linien beigegeben, mit deren Hilfe man bald erkennen wird, was der Durchschnittspunkt (D) des Kreises mit dem anderen Aste der Hyperbel bedeutet.

Beweis: Verbinde ich d mit a und fälle bf $\perp$ ad, so ist $\triangle$ abd $\sim$ had, weil $\angle$ bda beiden gemeinsam und $\angle$ had $=$ abd nach Construction. Da $\triangle$ abd gleichschenklig (ab $=$ bd nach Construction), so auch $\triangle$ ahd, also $\angle$ adh $=$ ahd. Nun ist $\angle$ bhm $=$ ahd als Scheitelwinkel, also

$$\angle \text{ bad} = \text{bda} = \text{bhm};$$

daher sind auch ihre Complemente einander gleich:

$$\angle \text{ x} = \text{y} = \text{z},$$

d. h. $\angle\ \alpha$ ist in drei gleiche Theile getheilt.

Zusatz: Verlängere ich ab über b hinaus, bis sie die Peripherie des in voriger Auflösung geschlagenen Kreises trifft, in g, beschreibe ferner von d mit ab einen Kreisbogen nach dem freien Schenkel des $\angle\ \alpha$ und verbinde den Durchschnittspunkt k mit d und g, so entsteht ein gerades Trapez (bgkd); in dem Kreise, der sich bekanntlich um ein solches legen läszt, stehen die Peripheriewinkel, welche zu bd, bk, kg gehören, im Verhältnisz von 1 : 2 : 3.

Beweis: Ziehe ich noch dg, so ist $\angle$ bgd $=$ bdg, weil bd $=$ bg nach Construction, und $= \frac{\alpha}{3}$ als Peripheriewinkel zu $\angle$ abd $\left(= \frac{2}{3}\alpha\right)$; ferner $\angle$ dkb $=$ z $= \frac{\alpha}{3}$, weil bd $=$ dk nach Construction. Nun ist

$$\triangle \text{ gbd} \cong \text{bdk},$$

wie sich leicht zeigen läszt, und da diese Dreiecke dieselbe Grundlinie (bd) haben, so muss auch ihre Höhe gleich sein, d. h.

$$\text{gk} \parallel \text{bd},$$

oder das Vierseit bgkd ist ein Trapez; gerade ist dasselbe, weil ja jede der beiden Seitenlinien gleich bd gemacht worden ist. — Da endlich der nach unten gelegene, in der Figur nicht gezeichnete Peripheriewinkel (p) über der Sehne gk das Supplement zu $\angle$ gbk ist, also

$$\angle \text{ p} = \text{bgk} + \text{bkg} = \tfrac{2}{3}\alpha + \tfrac{1}{3}\alpha = \alpha,$$

so ergibt sich daraus die Behauptung von selbst.

Folgerung. Wäre zufällig gk die Seite eines regelmäszigen Nseits, S_n, so würden bk und bd, wenn $\angle$ abc $<$ R, $= S_{2n}$ und S_{3n} sein.

§. 4.

Sehen wir nun zu, ob wir mit Benützung anderer Hilfsmittel diese Dreitheilung nicht auf einfachere Weise bewirken können, die jedem einleuchten wird, der die ersten Elemente der Geometrie überwunden hat. Hierzu schicke ich einen Satz voraus, der zwar nicht neu, aber doch vielleicht nicht hinlänglich bekannt ist.

Ist (Figur 3) das äuszere Stück der Sekante qα, nämlich pα, bis zum Durchschnitt mit der Verlängerung des Durchmessers og gerechnet, gleich dem Radius des Kreises (αp $=$ ap), so ist $\angle$ oaq $=$ 3αap ($=$ 3aαp), oder Bogen oq $=$ 3pg.

Der sehr einfache Beweis kann übergangen werden.

I. Construction. Ist (Fig. 4) $\angle$ oaq fest, so wie aq $=$ ap $=$ αp constant, letztere beide beweglich, pq und aα variabel, und bewegen sich Punkt α und q in den angedeuteten Rinnen, so wird, wenn man α so lange (hier nach rechts) geschoben denkt, bis das Knie bei p verschwunden, also αpq gerade geworden ist, der $\angle$ αap oder aαp $= {}^1/_3$ oaq, womit die Dreitheilung des Winkels oaq vollführt ist.

II. Constructon. Man kann auch den Winkel oaq variabel, hingegen αpq stets eine gerade Linie sein lassen. Ist also (Figur 5) oa und seine Verlängerung fest, und bewegt man Punkt α fort, so wird das Verhältnisz der beiden Winkel oaq und paα (3 : 1) immerwährend festgehalten, nnd die Bewegung kann leicht so weit fortgesetzt werden, bis $\angle$ oaq so grosz ist, als der gegebene zu theilende Winkel. In dem Momente, wo dies eintritt, musz der Schenkel aq oder ein anderer der beweglichen Theile festgehalten werden, was nicht schwer ist. (Vergleiche § 6.)

§ 5.

In ähnlicher Weise läszt sich jede andere Theilung ausführen, z. B. die Siebentheilung. Ist (Figur 6) ab = bc = cp = pα (wir nennen sie constante Radien und bezeichnen sie mit r), so wird bei jeder Verschiebung von α immer der Winkel oaq = 7bac bleiben, wenn man nämlich dafür sorgt, dass auch Dreieck apq immer gleichschenklig, aq = ap bleibt, was stets möglich ist (diese Linien nennen wir variable Radien und bezeichnen sie mit ρ). Da ich aber später (§ 6) noch eine andere Construction angebe, bei welcher auch dieser kleine Übelstand wegfällt, so überlasse ich es dem Leser, darüber nachzudenken, durch welches Hilfsmittel aq gezwungen werden kann, dem selbst veränderlichen ap immer gleich zu bleiben.

Bei diesen Constructionen haben wir stillschweigend vorausgesetzt, dasz der Winkel oaq nicht zu grosz werde; sonst würde einmal ap mit aq zusammen, oder gar links von aq fallen, was für ein deutliches Verständnisz und auch für die verlangte Herstellung eines Apparates, der in allen seinen Theilen eine leichte Bewegung gestatten soll, sicherlich seine Schwierigkeit haben würde. Diese stillschweigende Voraussetzung ist aber auch gerechtfertigt; denn die Möglichkeit einer beliebigen Theilung ist immer vorhanden, ohne dasz man nöthig hat, die zwei bewuszten Winkel über einander rücken zu lassen. Ist nämlich der zu theilende Winkel zu grosz, so kann man ja seine Hälfte, oder den 4., 8., 16. ..... Theil davon zerlegen, wie es verlangt wird, und ein solches nach der Zerlegung erhaltenes Theilchen dann wieder 2, 4, 8, 16... mal nehmen.

Die Grenze, bis zu welcher die Grösze des zu theilenden Winkels oaq gehen darf, ist natürlich leicht zu bestimmen. Höchstens darf, und dann fällt ap mit aq zusammen, der Winkel oaq bei der n-Theilung $= \frac{2nR}{n+1}$ sein, da $\frac{2nR}{n+1} + \frac{1}{n} \cdot \frac{2nR}{n+1} = 2R$ ist.

Mag nun auch, wie bereits bemerkt, die praktische Ausführung nicht unerhebliche Schwierigkeiten bieten, unsere Ideen reichen weiter als die Praxis. Wir lassen also in Gedanken die 2 Winkel über einander weggehen und wollen uns wenigstens für ein bestimmtes Beispiel davon überzeugen, dasz das Verhältnisz der 2 Winkel stets dasselbe bleibt, wenn sich auch die Schenkel beliebig weit gedreht haben.

Wählen wir hierzu einmal die Fünftheilung. (Warum hier, wie bei der 9-, 13-Theilung etc., der erste constante Radius ab auf aα, nicht auf ap gelegt wird, ist wohl klar). Ist (Fig. 7) die Drehung so weit fortgesetzt, dasz Winkel oaq schon allein grösser als 2R geworden ist, so ist auch jetzt, wenn ab = bp = pα und aq = ap bleibt,

$$\angle\ oaq = 2R + n = 2R + w - m$$
$$= 2R + 2x - (x + y) = 2R + x - y$$
$$= 2R + x - (2R - 2w) = 2R + x - 2R + 4x$$
$$= 5x, \text{ wie es sein soll.}$$

Untersuchen wir noch, wie es steht, wenn die Drehung soweit fortgesetzt ist, dasz der vorher letzte constante Radius $p\alpha$ schon über seinen Vordermann hinweggegangen ist.

Es ist auch hier (Fig. 8) wieder:

$$\angle\ oaq = 2R + n = 2R + v - m$$
$$= 2R + (y + w) - (x - y) = 2R + 2y + w - x$$
$$= 2R + 2\ .\ (2R - 2w) + w - x = 6R - 3w - x$$
$$= 6R - 3\ .\ (2R - 2x) - x$$
$$= 5x, \text{ wie es sein soll.}$$

Dem Vorigen entsprechend können nun mancherlei Aufgaben gestellt werden. Es mögen ihrer zwei genügen.

1. Aufgabe. Wenn (Fig. 9) mit einem constanten Radius (ab) nach den Schenkeln eines gegebenen Winkels w (xay), von dem Scheitel a angefangen, abwechselnd vier Kreisbogen beschrieben werden, so dasz also

$$ab = bc = cp = p\alpha,$$

und einer mit ap von a aus nach der Verlängerung von $p\alpha$, so dasz

$$aq = ap,$$

dann ist zu beweisen, dasz $\angle$ oaq = 7w ist,

2. Aufgabe. Wenn (Fig. 10), ähnlich wie vorher, sechs Kreisbogen beschrieben werden, so dasz

$$ab = bc = cd = de = ep = p\alpha,$$

und dann noch aq = ap eingezeichnet ist, so soll bewiesen werden, dasz der über 4R grosze Winkel $\angle$ oaq = 11w ist.

Man sieht bald ein, dasz diese Aufgaben ins Unendliche vermehrt werden könnten.

§ 6.

Den in den vorhergehenden §§ mit aq bezeichneten, zweiten variablen Radius ρ nebst der Rinne pq würde ich, wenn es sich um Herstellung eines brauchbaren Winkeltheilers handelte, ganz weglassen, und dafür einige constante Radien mehr nehmen.

Soll z. B. ein Winkel in 5 gleiche Theile getheilt werden, so gebrauche man eine in Figur 11 angedeutete Vorrichtung mit (5 + 1 =) 6 constanten Radien; der Basiswinkel im letzten gleichschenkligen Dreiecke ist = 5w, wenn der im ersten mit w bezeichnet wird. Wenn nun $\angle$ mpn zu theilen wäre, so müszte der Schenkel ax so weit (hier nach oben) bewegt werden, bis mp und ax über einander liegen, was durch einen Stift s, der von selbst in die Rinne ax hineinfällt und daselbst fest anliegt, markirt werden kann. Der andere Schenkel des Winkels (np) musz schon vorher mit dem letzten constanten Radius fp vereinigt sein. Dann wird sich bei a von selbst das Fünftel von $\angle$ mpn herausstellen.

Eine Voraussetzung, ähnlich der, die im § 5 gemacht und gerechtfertigt wurde, gilt auch hier wieder; eine Kreuzung der constanten Radien ist nie nöthig.

Zur Theilung eines rechten Winkels (Fig. 11) ist es gar nicht nöthig, denselben erst in p anzulegen, wenn man in dem Momente, wo der letzte constante Radius auf ay senkrecht steht, die Drehung aufhören läszt, was leicht bewirkt werden kann. Wie?

Bei n constanten Radien ist dann immer $\angle$ w $= \frac{1}{n}$ R.

§ 7.

Es ist nicht ohne Interesse, die geometrischen Örter aufzusuchen, die in den einzelnen Fällen von dem Punkte p beschrieben werden. Es lässt sich ein Apparat denken (die Schenkel des $\angle$ xay in Fig. 11 müssen über den Scheitel verlängert werden), mit welchem man diese Örter, wenn nicht in allen Punkten, doch dem gröszten Theile nach in einem Zuge construiren kann. Man kann aber auch, wie es bei anderen Curven nicht selten geschieht, so viele Punkte der Örter aufsuchen, dass man, wenn diese durch einen freien Zug mit einander verbunden werden, eine deutliche Vorstellung von dem Laufe der krummen Linien erhält.

In § 5, Aufgabe 1 und 2, ist angedeutet, wie dies anzufangen sei. Ein Beispiel mag noch angeführt werden, in welchem man die Verlängerungen beider Schenkel des Winkels w braucht. Wo der Endpunkt p des 8ten constanten Radius sich befindet, wenn der W. xay $= 80^0$ geworden ist, ersieht man deutlich aus der Figur 12; die Zirkelspitzen berühren nach einander die Punkte a, b, c, d, e, f, g, h, p.

Es ergeben sich bei der Construction dieser Örter zwei von einander verschiedene Reihen von Curven, je nachdem eine ungerade, oder gerade Anzahl von constanten Radien angewendet wird, wobei im ersten Falle r_1 auf den beweglichen Radius ρ, im zweiten Fall auf den festen Schenkel ay zu liegen kommt. Die Figuren 21, 22, 33 bilden den Anfang der ersten Reihe, 24, 25, 26 den der zweiten. Dort beschreibt, was aus den folgenden §§ deutlich werden wird, p (bei der Bewegung von ρ) für alle 360^0 verschiedene Schleifen, hier aber durchläuft er dieselbe Curve zum 2ten Male, nachdem $\angle$ xay $> 180^0$ geworden. In Rücksicht hierauf kann man sagen, dasz, mit Ausschlusz des ersten Kreises, überall $2 \,.\, (n - 1)$ Schleifen gebildet werden, wenn n die Anzahl der r ist. (Die gröszten Schleifen sind in Fig. 21 bis 26 abgebrochen gezeichnet).

Sämmtliche Schleifenbündel je einer Reihe, und wären alle Örter dieser Reihe (unendlich viele) verlangt, können auf einmal erzeugt gedacht werden, wenn man sich die erforderliche Anzahl constanter Radien und in dem Endpunkte eines jeden einen Zeichnenstift angebracht vorstellt, der auf einer gegebenen Ebene zu schreiben in den Stand gesetzt ist, während ρ die vier Quadranten durchläuft.

§ 8.

Wir wollen nun für diese Curven, gemäsz dem Gesetze ihrer Entstehung, Gleichungen suchen, aus welchen wir umgekehrt die Gestalt der Curven zu erkennen vermögen, wenn wir auch gar nicht wüszten, wie sie entstanden sind. Den veränderlichen Radius ap nennen wir ρ_1, ρ_2, ρ_3 ...., je nachdem 1, 2, 3 .... constante r angenommen sind.

a) $\rho_1 = r$; der geometrische Ort von p ist hier ein Kreis, wie sich von selbst versteht.

b) $\rho_3 = r + 2r \,.\, \cos 2w$.

Beweis: (Fig. 13) $\frac{bp}{2} = r \,.\, \cos v$; $bp = 2r \,.\, \cos 2w$

$\rho_3 = r + bp = r + 2r \,.\, \cos 2w$.

Anm. 1. Auf andere, freilich auch umständlichere Weise kann man denselben Ausdruck erhalten, wenn man mit x und y die Coordinaten von p bezeichnet und davon ausgeht, dasz $\rho^2 = x^2 + y^2$ ist.

Anm. 2. Auch der sogenannte Cosinussatz läszt sich dazu gebrauchen, und man hat hierdurch zwei ganz passende goniometrische Übungsbeispiele.

c) $\rho_5 = r + 2r \,.\, (\cos 2w + \cos 4w)$.

Beweis: (Fig. 14) $\rho_5 = ab + bd + dp = r + 2r \,.\, \cos v + 2r \,.\, \cos u$

$= r + 2r\,(\cos 2w + \cos 4w)$.

Auf gleiche Weise ergiebt sich ganz einfach:

d) $\rho_7 = r + 2r\,(\cos 2w + \cos 4w + \cos 6w)$ u. s. w.

Unter Berücksichtigung der Vorzeichen dieser cos . leuchtet ein, dasz alle Formeln Geltung behalten, mag der Winkel w auch noch so grosz sein, und mögen dabei die r sich wie nur immer kreuzen oder decken.

Ebenso leicht ist zu erkennen, dasz (Fig. 15)

α) $\rho_2 = 2r \,.\, \cos w$;

der geometrische Ort von p ist selbstverständlich hier wiederum ein Kreis. Ferner ist

β) $\rho_4 = 2r \,.\, (\cos w + \cos 3w)$

γ) $\rho_6 = 2r \,.\, (\cos w + \cos 3w + \cos 5w)$

δ) $\rho_8 = 2r \,.\, (\cos w + \cos 3w + \cos 5w + \cos 7w)$ u. s. w.

§ 9.

Die im vorigen Paragraph erwähnten Formeln lassen sich auf eine sehr einfache Form bringen, da man, wie die sogenannte Analysis lehrt, die in Klammern geschlossenen Polynomina summiren kann*). Man setzt nämlich:

$$s = \cos\alpha + \cos(\alpha + \varphi) + \cos(\alpha + 2\varphi) + \ldots \cos(\alpha + x\varphi);$$

dann ist auch:

$$2\,s\cos\varphi = 2\cos\alpha \,.\, \cos\varphi + 2\cos(\alpha+\varphi) \,.\, \cos\varphi + 2\cos(\alpha+2\varphi) \,.\, \cos\varphi + \ldots 2\cos(\alpha+x\varphi) \,.\, \cos\varphi.$$

$$= \left\{\begin{matrix}\cos(\alpha+\varphi)\\ +\cos(\alpha-\varphi)\end{matrix}\right. + \left\{\begin{matrix}\cos(\alpha+2\varphi)\\ +\cos\alpha\end{matrix}\right. + \left\{\begin{matrix}\cos(\alpha+3\varphi)\\ +\cos(\alpha+\varphi)\end{matrix}\right. + \ldots \left\{\begin{matrix}\cos[\alpha+(x+1)\varphi]\\ +\cos[\alpha+(x-1)\varphi]\end{matrix}\right.$$

$$= s - \cos\alpha + \cos[\alpha + (x+1)\varphi] + \cos(\alpha - \varphi) + s - \cos(\alpha + x\varphi)$$

$$2s\,(1 - \cos\varphi) = \cos(\alpha + x\varphi) - \cos[\alpha + (x+1)\varphi] - \{\cos(\alpha - \varphi) - \cos\alpha\}$$

$$2s \,.\, 2\sin^2\frac{\varphi}{2} = 2\sin[\alpha + (x + \tfrac{1}{2})\varphi] \,.\, \sin\frac{\varphi}{2} - 2\sin\left(\alpha - \frac{\varphi}{2}\right) \,.\, \sin\frac{\varphi}{2}$$

*) Wie diese Summenformeln durch Integral-Rechnung gefunden werden, kann man z. B. in Navier, Differential- und Integral-Rechnung, 2. Band, § 496 nachsehen.

$$2s \sin\frac{\varphi}{2} = \sin\left[\alpha + (x + {}^1\!/_2)\,\varphi\right] - \sin\left(\alpha - \frac{\varphi}{2}\right)$$
$$= 2 \cos\left(\alpha + \frac{x}{2} \,.\, \varphi\right) . \sin\frac{x+1}{2}\,\varphi.$$

Daher ist s oder:

$$\cos\alpha + \cos(\alpha + \varphi) + \cos(\alpha + 2\varphi) + \ldots\ldots \cos(\alpha + x\varphi) = \frac{\cos\left(\alpha + \frac{x}{2} \,.\, \varphi\right) . \sin\frac{x+1}{2}\,\varphi}{\sin\frac{\varphi}{2}}.$$

Setzen wir in dieser Gleichung 2w für α und 2w für φ, so wird:

$$\overset{0}{\cos 2w} + \overset{1}{\cos 4w} + \overset{2}{\cos 6w} + \ldots\ldots \overset{x}{\cos (2x+2)\,w} = \frac{\cos(x+2)\,w \,.\, \sin(x+1)\,w}{\sin w}. \qquad \text{A.}$$

Setzen wir aber w für α und 2w für φ, so wird:

$$\overset{0}{\cos w} + \overset{1}{\cos 3\,w} + \overset{2}{\cos 5\,w} + \ldots\ldots \overset{x}{\cos (2\,x+1)\,w} = \frac{\cos(x+1)\,w \,.\, \sin(x+1)\,w}{\sin w}. \qquad \text{B.}$$

Verallgemeinern wir nun die Gleichung d. aus § 8, indem wir durch Induction weiter schlieszen, so erhalten wir:

$$\rho_n = r + 2r \,.\, \left\{\cos 2\,w + \cos 4\,w + \cos 6\,w + \ldots \cos(2x+2)\,w\right\},$$

worin, wie man sieht, $2x + 2 = n - 1$, also $2x + 3 = n$ ist. Dies gibt:

$$\rho_n = r + 2\,r\,\frac{\cos(x+2)\,w \,.\, \sin(x+1)\,w}{\sin w} = r + r\,\frac{2\cos(x+2)\,w \,.\, \sin(x+1)\,w}{\sin w}$$
$$= r + r\,\frac{\sin(2\,x+3)\,w - \sin w}{\sin w} = r + r\left\{\frac{\sin(2\,x+3)\,w}{\sin w} - 1\right\}$$
$$= r\,\frac{\sin(2\,x+3)\,w}{\sin w} = r\,\frac{\sin nw}{\sin w}.$$

Dasselbe thun wir nun mit Gleichung δ aus § 8. Wir erhalten:

$$\rho_n = 2\,r\,\left\{\cos w + \cos 3\,w + \cos 5\,w + \ldots\ldots \cos(2\,x+1)\,w\right\}, \qquad \textit{A.}$$

worin $2\,x + 1 = n - 1$, also $2\,x + 2 = n$ ist. Dies gibt:

$$\rho_n = 2\,r\,\frac{\cos(x+1)\,w \,.\, \sin(x+1)\,w}{\sin w} = r\,\frac{2\cos(x+1)\,w \,.\, \sin(x+1)\,w}{\sin w}$$
$$= r\,\frac{\sin(2\,x+2)\,w}{\sin w} = r\,\frac{\sin nw}{\sin w}. \qquad \textit{B.}$$

Es ist also immer, n mag gerade oder ungerade sein, d. h. für eine beliebige Anzahl von constanten Radien r, allgemein:

$$\rho_n = r\,\frac{\sin nw}{\sin w}.$$

§ 10.

Von der vorher entwickelten Gleichung:

$$\text{A.} \quad \rho_n = r\,\frac{\sin nw}{\sin w},$$

der sogenannten Polargleichung, in welcher ρ durch w bestimmt wird, können wir bald auf eine Gleichung übergehen, die sich auf rechtwinklige Coordinaten bezieht. (Vergleiche § 8, b, Anmerkung 1).

Um nicht zu umständlich zu werden, musz ich als bekannt voraussetzen, dasz

für n ungerad:

$$\sin nw = n \sin w - \frac{n\,(n^2 - 1^2)}{2\,.\,3} \sin w^3 + \frac{n\,(n^2 - 1^2)\,(n^2 - 3^2)}{2\,.\,3\,.\,4\,.\,5} \sin w^5 - \ldots..$$

für n gerad:

$$\sin nw = \cos w \left\{ n\,.\,\sin w - \frac{n\,(n^2 - 2^2)}{2\,.\,3} \sin w^3 + \frac{n\,(n^2 - 2^2)\,(n^2 - 4^2)}{2\,.\,3\,.\,4\,.\,5} \sin w^5 - \ldots. \right\}.$$

Gestützt auf diese Gleichungen erhalten wir aus Gleichung (A.):

für n ungerad:

$$\rho_n = r \left\{ n - \frac{n\,(n^2 - 1^2)}{2\,.\,3} \sin w^2 + \frac{n\,(n^2 - 1^2)\,(n^2 - 3^2)}{2\,.\,3\,.\,4\,.\,5} \sin w^4 - \ldots.. \pm \frac{n(n^2 - 1^2)\,\{n^2 - (n-2)^2\}}{2\,.\,3\,.\,4 \ldots.\, n}\;.\,\sin w^{\,n-1} \right\}$$

In den folgenden Gliedern würde der Factor $(n^2 - n^2)$ erscheinen, weshalb sie alle $= o$ werden, die Reihe daher hier abbricht.

Setzen wir $\frac{y}{\rho}$ (den Index von ρ_n lassen wir weg) für sin w und multipliciren dann mit $\frac{y}{\rho^{n-1}}$, so kommt:

$$\rho^n = r \left\{ n\,\rho^{\,n-1} - \frac{n\,(n^2 - 1^2)}{2\,.\,3}\, y^2\,.\,\rho^{\,n-3} + \frac{n\,(n^2 - 1^2)\,(n^2 - 3^2)}{2\,.\,3\,.\,4\,.\,5}\, y^4\, \rho^{\,n-5} - \ldots \right\}$$

Da nun $\rho = \sqrt{x^2 + y^2} = (x^2 + y^2)^{1/2}$ ist, so schreiben wir:

$$\text{I.}\quad \sqrt{(x^2 + y^2)^n} = r \left\{ n\,(x^2 + y^2)^{\frac{n-1}{2}} - \frac{n\,(n^2 - 1^2)}{2\,.\,3}\,.\,y^2\,(x^2 + y^2)^{\frac{n-3}{2}} + \frac{n\,(n^2 - 2^2)\,(n^2 - 3^2)}{2\,.\,3\,.\,4\,.\,5}\, y^4\,(x^2 + y^2)^{\frac{n-5}{2}} - \ldots \right\}$$

Ähnlich für n gerad:

$$\text{II.}\quad \sqrt{(x^2 + y^2)^n} = r\,x \left\{ n\,(x^2 + y^2)^{\frac{n-2}{2}} - \frac{n\,(n^2 - 2^2)}{2\,.\,3}\,.\,y^2\,(x^2 + y^2)^{\frac{n-4}{2}} + \frac{n\,(n^2 - 2^2)\,(n^2 - 4^2)}{2\,.\,3\,.\,4\,.\,5}\, y^4\,(x^2 + y^2)^{\frac{n-6}{2}} - \ldots \right\}$$

§ 11.

Aus den allgemeinen Gleichungen I. und II. können mit Leichtigkeit die speciellen abgeleitet werden. Zur Erleichterung kann es dienen, wenn man darauf achtet, dasz $n^2 - m^2 = (n + m)\,(n - m)$, oder darauf, dasz

für: n =	3,	5,	7,	9,	11 .....
ist: $n^2 - 1$ =	8 . 1,	8 . 3,	8 . 6,	8 . 10,	8 . 15 ....
$n^2 - 3^2$ =		8 . 2,	8 . 5,	8 . 9,	8 . 14 ....
$n^2 - 5^2$ =			8 . 3,	8 . 7,	8 . 12 ....
$n^2 - 7^2$ =				8 . 4,	8 . 9 ....
$n^2 - 9^2$ =					8 . 5 ....

und für n =	4,	6,	8,	10,	12 .....
ist: $n^2 - 2^2$ =	4 . 3,	4 . 8,	4 . 15,	4 . 24,	4 . 35....
$n^2 - 4^2$ =		4 . 5,	4 . 12,	4 . 21,	4 . 32....
$n^2 - 6^2$ =			4 . 7,	4 . 16,	4 . 27....
$n^2 - 8^2$ =				4 . 9,	4 . 20....
$n^2 - 10^2$ =					4 . 11....

Dasz die Coefficienten auch jetzt wieder bestimmten Gesetzen folgen, darf nicht Wunder nehmen, da sie ja aus gesetzmäszig gebildeten Reihen hervorgegangen sind. Diese ganz einfachen Gesetze aufzusuchen und dann, wo möglich, eine Anzahl von Gleichungen hinter einander aus dem Kopfe niederzuschreiben, überlassen wir dem Leser. Wir begnügen uns damit, für jede der zwei Arten von Curven die ersten drei, schon möglichst vereinfachten Gleichungen hinzustellen.

Für ρ_1: $\sqrt{x^2 + y^2} = r$; $(x^2 + y^2) = r^2$.

Für ρ_3: $\sqrt{(x^2 + y^2)^3} = r \,.\, (3x^2 - y^2)$; $(x^2 + y^2)^3 = r^2 \,.\, (3x^2 - y^2)^2$.

Für ρ_5: $\sqrt{(x^2 + y^2)^5} = r \,.\, (5x^4 - 10x^2y^2 + y^4)$; $(x^2 + y^2)^5 = r \,.\, (5x^4 - 10x^2y^2 + y^4)^2$.

Für ρ_2: $(x^2 + y^2)^1 = 2rx$.

Für ρ_4: $(x^2 + y^2)^2 = 2rx \,.\, (2^2x - 2y^2)$.

Für ρ_6: $(x^2 + y^2)^3 = 2rx \,.\, (3x^4 - 10x^2y^2 + 3y^4)$.

§ 12.

Wir wollen uns später aus den gefundenen Gleichungen selbst über den Gang der zugehörigen Curven einigermassen belehren. Bevor wir aber dazu übergehen, scheint es mir zweckmässig, wenigstens die Zahlenwerthe der Cosinusse aller Winkel von 3 zu 3^0 zu notiren. Von einigen werden wir selbst Gebrauch machen, die andern werden mit beigegeben, da Jemand Vergnügen daran finden könnte, eine ganze Reihe von Punkten der geometrischen Örter selbst durch Rechnung zu bestimmen, wozu diese Werthe vollkommen ausreichen werden. Die Herleitung derselben muss ich auch als bekannt voraussetzen. Sie sind nicht gruppenweise, ihrer Ableitung gemäss, geordnet, sondern einfach nach der Grösse der Winkel, damit sie beim Gebrauche schnell gefunden werden können.

Es ist nun:

$\cos 0^0 = -\cos 180^0 = 1$

$\cos 3^0 = -\cos 177^0 = -\cos 183^0 = \cos 357^0 = \frac{1}{8} \,.\, (\sqrt{3} + 1) \,.\, \sqrt{5 + \sqrt{5}} - \frac{1}{8} (\sqrt{3} - 1) \,.\, \sqrt{3 - \sqrt{5}}$.

$\cos 6^0 = -\cos 174^0 = -\cos 186^0 = \cos 354^0 = \frac{1}{8} \,.\, \sqrt{10 - 2\sqrt{5}} + \frac{1}{8} \sqrt{3} (1 + \sqrt{5})$.

$\cos 9^0 = -\cos 171^0 = -\cos 189^0 = \cos 351^0 = \frac{1}{4} \,.\, \sqrt{3 + \sqrt{5}} + \frac{1}{4} \sqrt{5 - \sqrt{5}}$.

$\cos 12^0 = -\cos 168^0 = -\cos 192^0 = \cos 348^0 = \frac{1}{8} \sqrt{3} \,.\, \sqrt{10 + 2\sqrt{5}} + \frac{1}{8} (-1 + \sqrt{5})$.

$\cos 15^0 = -\cos 165^0 = -\cos 195^0 = \cos 345^0 = \frac{1}{2} \sqrt{2 + \sqrt{3}}$.

$\cos 18^0 = -\cos 162^0 = -\cos 198^0 = \cos 342^0 = \frac{1}{4} \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}$.

$\cos 21^0 = -\cos 159^0 = -\cos 201^0 = \cos 339^0 = \frac{1}{8} \,.\, (\sqrt{3} + 1) \sqrt{3 + \sqrt{5}} + \frac{1}{8} \,.\, (\sqrt{3} - 1) \sqrt{5 - \sqrt{5}}$.

$\cos 24^0 = -\cos 156^0 = -\cos 204^0 = \cos 336^0 = \frac{1}{8} \,.\, (1 + \sqrt{5}) + \frac{1}{8} \,.\, \sqrt{3} \,.\, \sqrt{10 - 2 \,.\, \sqrt{5}}$.

$\cos 27^0 = -\cos 153^0 = -\cos 207^0 = \cos 333^0 = \frac{1}{4} \,.\, \sqrt{5 + \sqrt{5}} + \frac{1}{4} \,.\, \sqrt{3 - \sqrt{5}}$.

$\cos 30^0 = -\cos 150^0 = -\cos 210^0 = \cos 330^0 = \frac{1}{2} \,.\, \sqrt{3}$.

$\cos 33^0 = -\cos 147^0 = -\cos 213^0 = \cos 327^0 = \frac{1}{8} \,.\, (\sqrt{3} + 1) \,.\, \sqrt{5 + \sqrt{5}} - \frac{1}{8} (\sqrt{3} - 1) \,.\, \sqrt{3 - \quad 5}$.

$\cos 36^0 = -\cos 144^0 = -\cos 216^0 = \cos 324^0 = \frac{1}{4} \,.\, (1 + \sqrt{5})$.

$\cos 39^0 = -\cos 141^0 = -\cos 219^0 = \cos 321^0 = \frac{1}{8} \,.\, (\sqrt{3} + 1) \,.\, \sqrt{5 - \sqrt{5}} + \frac{1}{8} \,.\, (\sqrt{3} - 1) \,.\, \sqrt{3 + \sqrt{5}}$.

$\cos 42^0 = -\cos 138^0 = -\cos 222^0 = \cos 318^0 = {}^1/_8 \sqrt{10 + 2 \, . \, \sqrt{5}} + {}^1/_8 \, . \, \sqrt{3} \, . \, (-1 + \sqrt{5})$

$\cos 45^0 = -\cos 135^0 = -\cos 225^0 = \cos 315^0 = {}^1/_2 \, . \, \sqrt{2}.$

$\cos 48^0 = -\cos 132^0 = -\cos 228^0 = \cos 312^0 = {}^1/_8 \sqrt{3} \, . \, \sqrt{10 + 2\sqrt{5}} - {}^1/_8 \, . \, (-1 + \sqrt{5}).$

$\cos 51^0 = -\cos 129^0 = -\cos 231^0 = \cos 309^0 = {}^1/_8 \, . \, (\sqrt{3} + 1) \, . \, \sqrt{3 + \sqrt{5}} - {}^1/_8 (\sqrt{3} - 1) \, . \, \sqrt{5 - \sqrt{5}}.$

$\cos 54^0 = -\cos 126^0 = -\cos 234^0 = \cos 306^0 = {}^1/_4 \sqrt{10 - 2\sqrt{5}}.$

$\cos 57^0 = -\cos 123^0 = -\cos 237^0 = \cos 303^0 = {}^1/_8 \, . \, (\sqrt{3} + 1) \, . \, \sqrt{3 - \sqrt{5}} + {}^1/_8 \, . \, (\sqrt{3} - 1) \, . \, \sqrt{5 + \sqrt{5}}.$

$\cos 60^0 = -\cos 120^0 = -\cos 240^0 = \cos 300^0 = {}^1/_2.$

$\cos 63^0 = -\cos 117^0 = -\cos 243^0 = \cos 297^0 = {}^1/_4 \, . \, \sqrt{5 + \sqrt{5}} - {}^1/_4 \sqrt{3 - \sqrt{5}}.$

$\cos 66^0 = -\cos 114^0 = -\cos 246^0 = \cos 294^0 = {}^1/_8 \sqrt{3} \, . \, (1 + \sqrt{5}) - {}^1/_8 \sqrt{10 - 2\sqrt{5}}.$

$\cos 69^0 = -\cos 111^0 = -\cos 249^0 = \cos 391^0 = {}^1/_8 \, . \, (\sqrt{3} + 1) \, . \, \sqrt{5 - \sqrt{5}} - {}^1/_8 (\sqrt{3} - 1) \sqrt{3 + \sqrt{5}}.$

$\cos 72^0 = -\cos 108^0 = -\cos 252^0 = \cos 288^0 = {}^1/_4 \, . \, (-1 + \sqrt{5}).$

$\cos 75^0 = -\cos 105^0 = -\cos 255^0 = \cos 285^0 = {}^1/_2 \, . \, \sqrt{2 - \sqrt{3}}.$

$\cos 78^0 = -\cos 102^0 = -\cos 258^0 = \cos 282^0 = {}^1/_8 \, . \, \sqrt{10 + 2\sqrt{5}} - {}^1/_8 \sqrt{3} (-1 + \sqrt{5}.$

$\cos 81^0 = -\cos 99^0 = -\cos 261^0 = \cos 279^0 = {}^1/_4 \, . \, \sqrt{3 + \sqrt{5}} - {}^1/_4 \, . \, \sqrt{5 - \sqrt{5}}.$

$\cos 84^0 = -\cos 96^0 = -\cos 264^0 = \cos 276^0 = {}^1/_8 \sqrt{3} \, . \, \sqrt{10 - 2\sqrt{5}} - {}^1/_8 (1 + \sqrt{5}).$

$\cos 87^0 = -\cos 93^0 = -\cos 267^0 = \cos 273^0 = {}^1/_8 \, . \, (\sqrt{3} + 1) \sqrt{3 - \sqrt{5}} - {}^1/_8 \, . \, (\sqrt{3} - 1) \, . \, \sqrt{5 + \sqrt{5}}.$

$\cos 90^0 = -\cos 270^0 = \pm 0.$

§ 13.

Sehen wir nun zu, ob wir von der Curve, welche p bei ρ_3 beschreibt, aus ihren Gleichungen ein ungefähres Bild gewinnen können.

Wir wissen, dass $\rho = r + 2r \, . \cos 2w.$ I.

$$= r \, . \, \frac{\sin 3w}{\sin w} \quad \text{II.}$$

$$= r \, . \, (4 \, . \cos^2 w - 1) \quad \text{III.}$$

a) Wann wird $\rho = o$? d. h. bei welchen Werthen von w geht die Curve durch den Punkt a?

Aus III. folgt, dass, wenn wir $\rho = o$ setzen,

$\cos w = \pm {}^1/_2$ werden muss.

Also $w = 60^0, 120^0, 240^0, 300^0$. (S. § 12.)

b) Wann wird $\rho = \pm r$? d. h. bei welchen Werthen von w geht die Curve durch den Kreis, den man mit r um a beschreibt?

Aus I. folgt:

$+ r = r + 2 r \, . \cos 2 w; \; \cos 2 w = o; \; w = 45^0, 135^0, 225^0, 315^0$

$- r = r + 2 r \, . \cos 2 w; \; \cos 2 w = -1; \; w = 90^0, 270^0.$

Der erwähnte Kreis wird von der Curve viermal durchschnitten, zweimal berührt.

c) Wann wird $\rho = 2 r$? d. h. bei welchen Werthen von w geht die Curve durch den Kreis, den man mit 2r um a beschreibt?

Aus III. folgt:

$$r \,.\, (4\cos^2 w - 1) = 2\,r;\ \cos w = \pm \tfrac{1}{2}\sqrt{3};\ w = 30°,\ 150°,\ 210°,\ 330°.$$

Aufgabe: Benütze jedesmal die in Vorstehendem nicht angewendeten zwei Gleichungen. (I., II. oder III.) Siehe auch zu, wie gross ρ wird, wenn: $w = o$ und $w = 180°$ ist.*)

Da ρ von $w = o°$ bis $w = 60°$ fortwährend abnimmt, etc., so sieht man aus dem Gesagten schon, dass die Curve viermal durch a geht und aus vier Schleifen besteht, von denen zwei 3r, die anderen zwei aber r zum Längendurchmesser haben.

§ 14.

Betrachten wir für ρ_3 auch die Gleichung für rechtwinklige Coordinaten:

$$\text{A.}\quad (x^2 + y^2)^3 = r^2 \,.\, (3x^2 - y^2)^2.$$

Da x und y nur im Quadrate vorkommen, wird die Curve durch jede der Ordinaten-Axen in 2 kongruente Theile getheilt.

a) Wann wird $y = 0$? Setzt man in A. $y = 0$, so erhält man sofort die dazu gehörigen Werthe:

$x = 0, 0, 0, 0, + 3r, - 3r$. Viermal geht also die Curve durch a.

b) Wann wird $y = \pm r$? Ohne Schwierigkeit erhält man:

$$x = 0,\ + r \,.\, \sqrt{3},\ - r \,.\, \sqrt{3};$$

oder: $x = 0,\ + 2r \,.\, \tfrac{1}{2}\sqrt{3},\ - 2\,r \,.\, \tfrac{1}{2}\sqrt{3}$. Vergleiche hiermit § 13 c.

Da, wie man leicht aus der Entstehung der Curve schliesзen kann, niemals $y = 2e$ werden kann, so fragen wir dafür einmal:

c) Wann wird $y = \frac{r}{2}$?

Bei Beantwortung dieser Frage musz man aber in Bezug auf x^2 eine cubische Gleichung lösen**). Leichter wird es sein, wenn wir von obiger Gleichung A. abstrahiren und auf die Entstehung der Curve zurückgehen. Es ist bekannt, dasz, wenn eine Kathete des rechtwinkligen Dreiecks $\left(\frac{r}{2}\right)$ die Hälfte der Hypotenuse (r) sein soll, der Gegenwinkel von jener $\alpha = 30°$ sein musz. Mit Hilfe der Figuren 16, 17, 18 wird man nun leicht einsehen, bei welcher Winkelweite von $\angle$ w das $y = \frac{r}{2}$ wird.

Fig. 16. α oder $30° = w + v = 3w;\ w = 10°$

Fig. 17. $30° = v - w = 180 - 3w;\ w = 50°$

Fig. 18. $30° = w - v = 3w - 180;\ w = 70°$.

Da aber, wie schon am Anfange dieses § angedeutet wurde, im zweiten, dritten und vierten Quadranten y dieselben Werthe erhält wie im ersten, so sehen wir, dasz es im Ganzen zwölfmal $= \frac{r}{2}$ wird, sechsmal positiv, sechsmal negativ, und zwar:

$$\text{für } w = 10°, 50°, 70°, 110°, 130°, 170°, 190°, 230°, 250°, 290°, 310°, 350°$$

$$\text{wird } y = +\frac{r}{2}, +\frac{r}{2}, -\frac{r}{2}, -\frac{r}{2}, +\frac{r}{2}, +\frac{r}{2}, -\frac{r}{2}, -\frac{r}{2}, +\frac{r}{2}, +\frac{r}{2}, -\frac{r}{2}, -\frac{r}{2}.$$

*) Sehr leicht bestimmen sich auch die Maxima und Minima von ρ

$$\frac{d\,\rho}{d\,w} = -\ 2\sin w = o;\ \sin 2\,w = o$$

$$w = 0°,\ 90°,\ 180°,\ 270°.$$

Dafür wird $\rho = 3r,\ -\ r,\ 3r,\ -\ r.$

**) Dieselbe entspricht dem irreduciblen Falle, hat also drei reelle Wurzeln, wie zu erwarten stand.

§ 15.

Wollte man aus der Gleichung A. des vorigen § das y^2 entwickeln, so wäre dies allerdings auf cubischem Wege möglich. Da aber das bisher Gesagte hinreichen wird, um den Gang der Curve zu kennzeichnen, so wollen wir nur noch die Grenzen angeben, in welche dieselbe eingeschlossen ist.

Da aus Gleichung A., §. 14, folgt, dasz

$$\sqrt{x^2+y^2} = \sqrt[3]{r(3x^2-y^2)},$$

so musz, wenn man $x^2+y^2=m^2$ setzt, $r(3x^2-y^2)=m^3$ sein.

Daraus ergiebt sich: $x^2 = \frac{m^3+r^2m^2}{4r}$ und $y^2 = \frac{3r^2m^2-m^3}{4r^2}$.

Für $m^3 = 3r^2m^2$ wird: $x = \pm 3r$ und $y = 0$. (Vergl. § 14. a.)

Wird $m^3 > 3r^2m^2$, also $x > \pm 3r$, so wird y^2 negativ, y imaginär. Da ferner, wie wir aus der Entstehung der Curve wissen, höchstens $y = \pm r$ werden kann, so ist die Curve ringeshlossen in ein Rechteck, dessen Seiten 6r und 2r sind.

§ 16.

Um auch eine Curve der zweiten Art etwas näher kennen zu lernen, nehmen wir die Gleichung:

$$\rho_4 = 2r\,.\,(\cos w + \cos 3w) \quad \text{I.}$$

$$= r\,.\,\frac{\sin 4w}{\sin w}. \quad \text{II.}$$

$$= 4r\,.\,\cos w.\,\cos 2w \quad \text{III.}$$

a) Wann wird $\rho = o$?

Aus Gleichung I. folgt: $\cos 3w = -\cos w$.

Dann ist entweder $\cos w = o$ oder $= \pm \frac{1}{2}\sqrt{2}$

und darum $\rho = o$ für $w = 90°, 270°$ und $w = 45°, 135°, 225°, 315°$.

Die Curve ginge also sechsmal durch a. Da aber:

$$\cos\left\{180+w\right\} + \cos[3(180+w)] = -\cos w - \cos 3w,$$

so müssen sich bei der Drehung von ρ über $w = 180°$ hinaus die früher erhaltenen Punkte der Curve wiederholen; denn die negativen Zeichen deuten an, dasz ρ nur rückwärts verlängert gedacht werden mnsz, so dasz man also eben gerade dieselben Werthe erhält, wie früher, da die absolut genommene Summe der früheren ($\cos w + \cos 3w$) gleich ist. Hierdurch findet die am Schlusse des § 7 ganz im Allgemeinen hingestellte Bemerkung für diesen speciellen Fall ihre Begründuug. — Die Curve geht also nur dreimul durch a, nämlich für $w = 45°, 90°, 135°$.

b) Wann wird $\rho = r$?

Aus Gleichung I. folgt:

$$\cos w^3 - \frac{1}{2}\cos w - \frac{1}{8} = 0.$$

Diese cubische Gleichung*) führt uns auf die Winkel: $w = 36°, 180°, 120°$. Von der

*) Hier will ich kurz den Gang der Rechnung angeben. Nach dem sog. irreduciblen Falle findet man, $\cos\varphi = \frac{3}{8}\sqrt{6}$ schon ausgerechnet gedacht, folgende Werthe:

Richtigkeit des Gesagten kann man sich überzeugen, indem man z. B. in Gleichung III. für w den Werth von 36° einsetzt. Man erhält (Vergl. §. 12):

$$\rho = 4r \,.\, \cos 36 \,.\, \cos 72 = 4r \,.\, \tfrac{1}{4}(\sqrt{5}+1) \,.\, \tfrac{1}{4}(\sqrt{5}-1) = r.$$

Ebenso kann man sich davon überzeugen, dasz $\rho = -\, r$ wird

für $w = 60°, 72°, 144°$.

c) Wann wird $\rho = 2r$? d. h. bei welchem Werthe von w geht die Curve durch den Kreis, den man mit 2r um a beschreibt?

Da hier $\angle$ w, der auch durch eine cubische Gleichung gefunden werden kann, nicht in ganzen Graden erscheint, so hat er für uns ein geringeres Interesse und ich notire einfach, dasz

$$\left.\begin{array}{l} \rho = +\, 2r \text{ wird für ungefähr } w = 28° \\ \rho = -\, 2r \,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\; w = 152° \end{array}\right\}$$

Anmerkung: Besser gestaltet sich die Sache, wenn wir zusehen, wo die Curve den mit r um α beschriebenen Kreis durchschneidet. Der Durchschnittspunkt ist die Spitze des rechten Winkels in einem Dreiecke, das 2r zur Hypotenuse hat. Darin ist:

$$x : y = y : (2r - x)$$

$$y^2 = 2rx - x^2;\ \text{daher}$$

$$2rx - x^2 = -x^2 - 2rx \pm 2x\sqrt{r^2 + 2rx}.$$

Hieraus $x = \tfrac{3}{2}\, r$; $y = \frac{r}{2}\sqrt{3}$. Dazu gehören die Winkel: $w = 30°, 150°$. (Vergl. § 18. c.)*)

§ 17.

Die entsprechende Gleichung für rechtwinklige Coordinaten:

$$(x^2 + y^2)^2 = 4rx\,(x^2 - y^2) \quad \text{I.}$$

läszt sich leicht nach y auflösen.

$$\cos w_{,} = \tfrac{1}{3}\sqrt{6} \,.\, \cos\frac{\varphi}{3}$$

$$\cos w_{,,} = -\tfrac{1}{3}\sqrt{6} \,.\, \cos\left(60 + \frac{\varphi}{3}\right)$$

$$\cos w_{,,,} = -\tfrac{1}{3}\sqrt{6} \,.\, \cos\left(60 - \frac{\varphi}{3}\right).$$

Es ist aber $\log\cos\varphi = 9{,}9631070$; $\varphi = 23°-17'$; $\frac{\varphi}{3} = 7°\ 45'\ 40''$. Daher:

$\log\cos w_{,} = 9{,}9079578-10$; $w_{,} = 36°$.

$\log\cos(180-w_{,,}) = 9{,}4899748-10$; $180-w_{,,} = 72°$; $w_{,,} = 108°$.

$\log\cos(180-w_{,,,}) = 9{,}6989687-10$; $180-w_{,,,} = 60°$; $w_{,,,} = 120$.

*) Die Maxima oder Minima von ρ finden statt, wenn

$\cos w = +\,1, -\,1, +\,\tfrac{1}{6}\sqrt{6}, -\,\tfrac{1}{6}\sqrt{6}.$

$w = \quad 0°, 180°, 66°, 114°$ ungefähr

$\rho = 4a, -\,4a, -\,\tfrac{4}{9}a\sqrt{6}, +\,\tfrac{4}{9}a\sqrt{6}$

$-\,\tfrac{11}{10}a, \quad +\,\tfrac{11}{10}a$ ungefähr.

Die ersten zwei Werthe von ρ sind, wie man sofort sieht, identisch.

Wir erhalten:

$$x^4 + 2x^2y^2 + y^4 = 4rx^3 - 4rxy^2$$
$$y^4 + (2x^2 + 4rx)\,y^2 = 4rx^3 - x^4$$
$$y^2 = -(x^2 + 2rx) \pm \sqrt{4x^2(2rx + r^2)}$$
$$y = \pm\sqrt{-(x^2 + 2rx) \pm 2x\sqrt{2rx + r^2}} \quad \text{II.}$$

Aus Gleichung I. ersieht man, dasz für positive Abscissen $x > y$ sein musz, und umgekehrt für negative Abscissen $x < y$; man kann sagen, die Curve sei auf dieser Seite steiler, als auf jener. Da ferner y nur im Quadrate vorkommt, so theilt die x-Axe die Curve in zwei kongruente Theile; nicht so die y-Axe.

Wenn für eine negative Abscisse [x] $2rx > r^2$, $x > \frac{r}{2}$ genommen wird, so wird in Gleichung II. der Radicandus der kleinen Wurzel negativ, also y imaginär. An der Grenze, für $x = -\frac{r}{2}$, fällt die kleine Wurzel weg, so dasz y nur zwei Werthe hat, nämlich:

$$y = \pm \frac{r}{2}\sqrt{3}.$$

Für jeden anderen Werth von $x = -\frac{r}{2}$ bis $x = o$ hat y vier Werthe. Es liegen hier 2 Schleifen der Curve übereinander.

Wenn für eine positive Abscisse [x] das untere Zeichen der kleinen Wurzel genommen wird, so wird in jedem Falle y imaginär. Daher kann hier nur das obere Zeichen gelten, und y immer nur zwei Werthe haben, so lange nämlich $(x^2 + 2\,rx)^2 < 4x^2\,(r^2 + 2\,rx)$, d. h. $x < 4r$ bleibt; darüber hinaus (weiter nach rechts) wird y auch hier imaginär.

An der Grenze, für $x = 4r$, fallen beide Wurzeln weg, so dasz

$$y = o.$$

Da wir nun auch wissen, dasz höchstens $y = \pm\, r$ werden kann, so ist die Curve eingeschlossen in ein Rechteck, dessen Seiten $4^1/_2 r$ und $2r$ sind.

§ 18.

a) Wann wird $y = o$? Für $y = o$ ergibt sich aus Gleichung I. § 17 sofort:

$$x = o,\ o,\ o,\ 3r.$$

Dreimal geht also die Curve durch a.

b) Wann wird $y = \pm\, r$? Jene Gleichung erhält für $y = r$ zunächst die Form:

$$x^4 - 4\,rx^3 + 2\,r^2x^2 + 4r^3x = -r^4$$

Diese Gleichung lässt sich quadratisch lösen. Da nämlich: $2r^2x^2 = 4r^2x^2 - 2r^2x^2$ ist, so bekommen wir:

$$(x^2 - 2\,rx)^2 - 2\,r^2(x^2 - 2\,rx) = -r^4$$
$$x^2 - 2\,rx = r^2$$
$$x = r \pm r\sqrt{2} = r\,(1 \pm \sqrt{2})$$
$$= \begin{cases} r\,.\,\mathrm{cotg}\; 22^1/_2{}^0 = -r\,.\,\mathrm{cotg}\; 157^1/_2{}^0 \\ -r\,.\,\mathrm{cotg}\; 67^1/_2{}^0 = r\,.\,\mathrm{cotg}\; 112^1/_2{}^0. \end{cases}$$

$$y \text{ wird } = + r, \text{ wenn } \angle w = 22\tfrac{1}{2}^0 \text{ oder } = 112\tfrac{1}{2}^0$$
$$y \text{ wird } = - r, \text{ wenn } \angle w = 67\tfrac{1}{2}^0 \text{ oder } = 157\tfrac{1}{2}^0.$$

Wir wollen auch einmal für ein irrationales y die dazu gehörigen Werthe von x suchen und stellen die Frage:

c) Wann wird $y = \frac{r}{2}\sqrt{3}$?

Jene Gleichung (I.) erhält die Form:

$$x^4 - 4rx^3 + \tfrac{3}{2}\, r^2 x^2 + 3r^3 x + \tfrac{9}{16}\, r^4 = 0.$$

Diese Gleichung vierten Grades lösen wir durch Factorenbildung. Wir können dafür aber schreiben:

$$x^4 - \underbrace{3\,rx^3 - rx^3} + \underbrace{3r^2x^2 - \tfrac{3}{4}\, r^2x^2 - \tfrac{3}{4}\, r^2x^2} + \underbrace{\tfrac{3}{4}\, r^3x + \tfrac{9}{4}\, r^3x} + \tfrac{9}{16}\, r^4 = 0.$$
$$x^4 - 3r\,x^3 - \tfrac{3}{4}\, r^2x^2 - rx^3 + 3r^2x^2 + \tfrac{3}{4}\, r^3\,x - \tfrac{3}{4}\, r^2x^2 + \tfrac{9}{4}\, r^3x + \tfrac{9}{10}\, r^4 = 0.$$
$$x^2.\,(x^2 - 3rx - \tfrac{3}{4}\, r^2) - rx\,(x^2 - 3rx - \tfrac{3}{4}\, r^2) - \tfrac{3}{4}\, r^2\,(x^2 - 3rx - \tfrac{3}{4}\, r^2) = 0.$$
$$(x^2 - 3rx - \tfrac{3}{4}\, r^2)\,.\,(x^2 - rx - \tfrac{3}{4}\, r^2) = 0.$$

Jeder dieser beiden Factoren gibt nun eine quadratische Gleichung.

$$\text{Aus} \quad x^2 - 3rx - \tfrac{3}{4}\, r^2 = 0$$
$$\text{folgt:} \quad x = \begin{cases} r\,(\tfrac{3}{2} + \sqrt{3}) \\ r\,(\tfrac{3}{2} - \sqrt{3}; \end{cases}$$
$$\text{Aus} \quad x^2 - rx - \tfrac{3}{4}\, r^2 = 0$$
$$\text{folgt:} \quad x = \begin{cases} \tfrac{3}{2}\, r \\ -\tfrac{1}{2}\, r. \end{cases}$$

Man findet (auf welche Weise?), dasz dann sein musz:

$$\text{Für } y = + \frac{r}{2}\sqrt{2} : w = 15^\circ,\ 105^\circ,\ 30^\circ,\ 120^\circ;$$

Darum ist

$$\text{Für } y = - \frac{r}{2}\sqrt{2} : w = 165^\circ,\ 75^\circ,\ 150^\circ,\ 60^\circ.$$

§ 19.

Da in Gleichung II., § 17, y durch x ausgedrückt ist, so könnte man für jedes mögliche x das dazu gehörige y bestimmen. Wir wollen aber noch ein anderes Verfahren andeuten, durch welches wir die Werthe von y finden können.

Wir wollen jedoch in der Gleichung:

$$\text{A.)} \quad y^2 = - x^2 - 2r\,x \pm 2\,x\sqrt{r^2 + 2\,rx}$$

für x nur solche Werthe nehmen, dasz wenigstens y^2 rational wird. Dann musz $r^2 + 2\,rx$ ein vollständiges Quadrat bilden. Dies wird auf mannigfache Weise erzielt; z. B., wenn wir setzen:

$$\text{B.)} \quad x = 2\,rn\,(n - 1).$$

Dann erhalten wir:

$$r^2 + 2\,rx = (r - 2\,rn)^2 = (2\,rn - r)^2.$$

Tragen wir B in A ein, so erhalten wir wegen des doppelten Wurzelwerthes die zwei verschiedenen Gleichungen:

$$C.)\ \left\{\begin{array}{ll} y^2 = 4r^2 n(-n^3 + 4n^2 - 5n + 2) & \text{I.} \\ y^2 = 4r^2 n^2 (1 - n^2) & \text{II.} \end{array}\right\}$$

Beliebige positive oder negative, ganze oder gebrochene Zahlen können nun für n in B und C eingesetzt werden, wodurch man jedesmal die 2 zusammengehörigen Werthe von x und y findet. Man möge hierbei aber noch Folgendes bedenken:

Für positive Abscissen gilt in A. nur das obere Zeichen (s. § 17), daher auch nur C. I.; für negative aber gelten beide Zeichen in A., also auch C. I. und II.

Da wir ferner wissen, dasz $+ x$ zwischen o und 4r variirt, und $- x$ zwischen o und $-\frac{r}{2}$, so musz im ersten Falle (s. B.) $n > 1$ und < 2, im zweiten aber $n < 1$ und $> o$ genommen werden. Im letzten Falle könnte man auch sagen, dasz $n < 1$ und $> 1/2$ zu nehmen sei, da die Werthe von x dieselben sind, ob ich n zwischen 1 und $1/2$ oder $1/2$ und 0 wähle;

denn: (s. B.) $2r \,.\, (1/2 + \alpha) \,.\, (1/2 + \alpha - 1) = 2r \,.\, (1/2 - \alpha) \,.\, (1/2 - \alpha - 1)$.

Es ist nun z. B. für $n = o : x = o,\ y^2 = o$.

$n = 2 : x = 4r,\ y^2 = o$.

$$n = 1/2 : x = -\frac{r}{2},\ y^2 = \left\{\begin{array}{l} 3/4\ a^2 \\ 3/4\ a^2. \end{array}\right.$$

Das letzte Resultat wird nicht überraschen, da ja für $x = -\frac{r}{2}$, wie uns schon bekannt ist, statt der vier Werthe von y nur 2 erscheinen dürfen.

§ 20.

Wir haben gesehen, dasz schon die zwei behandelten Curven reichlichen Stoff zur Betrachtung darbieten, wiewohl auch über diese nur Einiges mitgetheilt worden ist. Solcher Curven gibt es aber unendlich viele, und wenn auch über alle zugleich gewisse allgemeine Bemerkungen gemacht werden können, so wollen wir uns doch auf das Gesagte beschränken. Nur damit doch wenigstens Gelegenheit geboten wird, die mitgetheilten Figuren (21 bis 26) etwas genauer anzuschauen, möge man sich fragen:

1) Wie oft wird ρ_7 oder $r \,.\, \frac{\sin 7w}{\sin w} = o$?

Es ergibt sich leicht:

$w = 1 \,.\, 25^5/_7{}^0,\ 2 \,.\, 25^5/_7{}^0 \ldots\ 6 \,.\, 25^5/_8{}^0,\ 8 \,.\, 25^5/_7{}^0,\ 9 \,.\, 25^5/_7{}^0 \ldots\ 13 \,.\, 25^5/_7{}^0$.

Wie steht es bei $w = o^0$ und $7 \,.\, 25^5/_7{}^0$? S. § 13. I. oder III.)

2) Wie oft wird ρ_8 oder $r \,.\, \frac{\sin 8w}{\sin w} = o$?

Es ergibt sich ebenso leicht:

$w = 1 \,.\, 22^1/_2{}^0, \ldots\ 7 \,.\, 22^1/_2{}^0$.

Was tritt hier ein bei $w = 9 \,.\, 22^1/_2{}^0$ bis $15 \,.\, 22^1/_2{}^0$?

Wie steht es bei $w = o^0$ und $8 \,.\, 22^1/_2{}^0$? (S. § 16. I. oder III.)

Schlieszlich sei es mir noch erlaubt, allen jenen, deren ich anfänglich gedacht, noch ein Paar Worte zu sagen. Wenn man mit gewissen Aufgaben nicht in's Reine kommen kann, so liegt der Grund hierzu, abgesehen von oft ziemlich mangelhaften Vorkenntnissen, nicht etwa immer, ja vielleicht sogar sehr selten, in dem auf den ersten Seiten dargelegten Umstande, sondern in der Regel wohl darin, dasz die Aufgaben selbst nicht gehörig formulirt sind. Soweit meine Erfahrung reicht, sind es gewöhnlich Constructions-Aufgaben und Gleichungen, welche das meiste Interesse haben für solche, die nicht ex professo oder ex officio Mathematik treiben. Aber vielleicht in noch höherem Grade, als anderwärts, ist gerade dabei von der grössten Wichtigkeit, dasz die Aufgabe richtig formulirt sei, während es oft gar nicht leicht ist, dies zu beurtheilen. Die Abhängigkeit gewisser gegebener Stücke, oder ihr innerer Widerspruch ist bisweilen nur mit groszer Mühe herauszufinden. Hier, meine ich, sei es anzuempfehlen, dasz man sich an geeigneter Stelle Rath hole, oder sich, was wohl das Beste wäre, an den vortrefflichen Aufgabensammlungen, die wir besitzen, genügen lasse. Überreicher Stoff für weit mehr, als mehrere Menschenalter, wird hierin jenen Freunden der Mathematik geboten, und ohne vorhergegangene gründliche Studien wird es in dieser, wie auch in anderen Wissenschaften, sicherlich nicht gelingen, neue Erfindungen zu machen, die wirklich neu wären. Aber auch schon das Nacherfinden hat für uns einen groszen Reiz; nur ist es eben gut, wenn man die edle Zeit nicht zu solchen Untersuchungen verwendet, die nach dem zuverlässigen Urtheile Anderer unfruchtbar sein müssen.

Verbesserungen.

Seite 10 Zeile 17 stelle das A 2 Zeilen höher. — S. 11 Z. 8 lies $n\,(n^2 - 1^2) \ldots \{n^2 - (n-2)^2\}$ S. 11. Z. 13 lies ρ^{n-1} statt $\frac{y}{\rho^n - 1}$ — S. 11 Z. 17 lies $(n^2 - 1^2)$ statt $(n^2 - 2^2)$. — S. 12 Z. 8 lies r^2 im letzten Producte. — S. 12 Z. 10 lies $2x^2$ statt 2^2x.

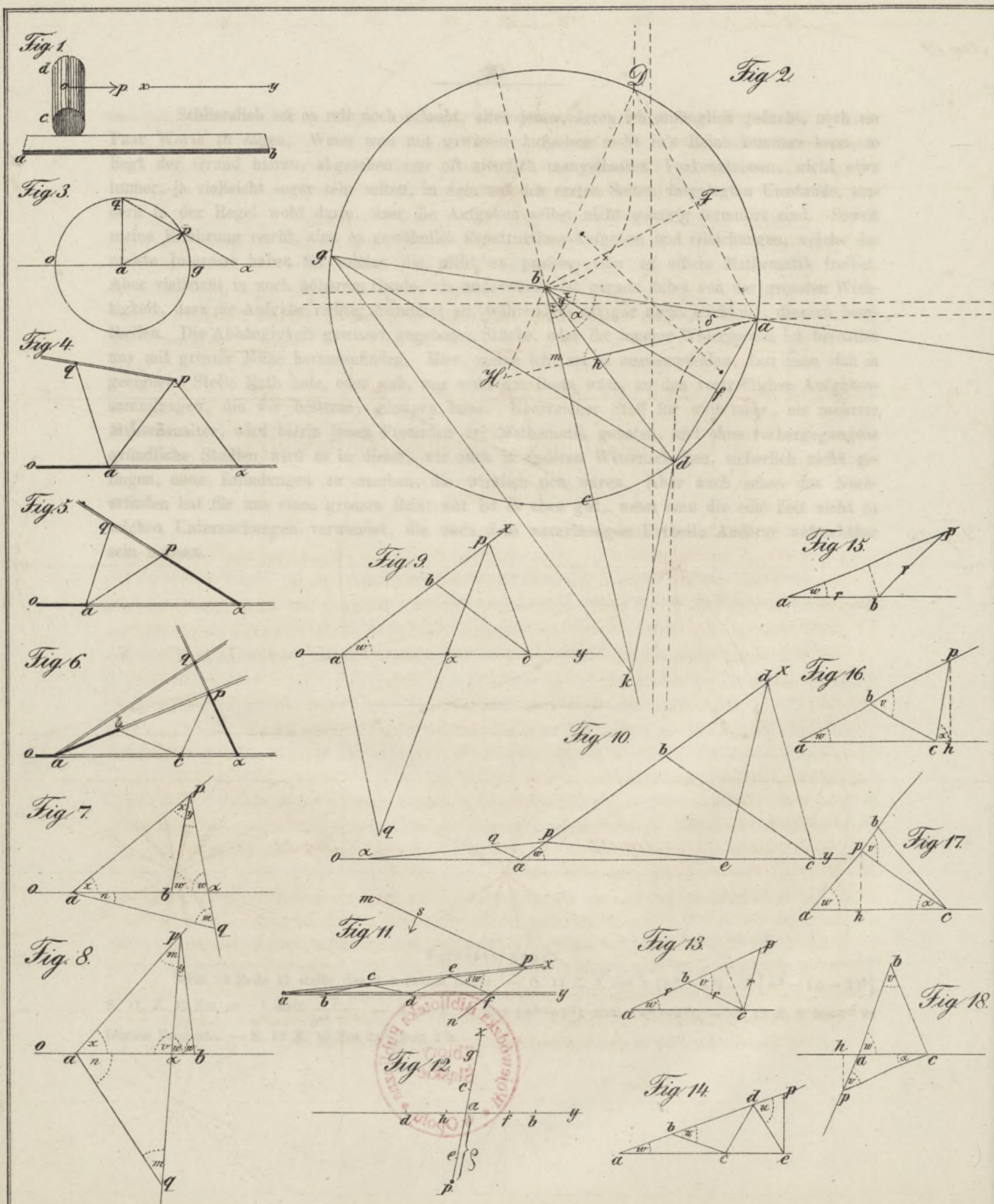

Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.
Fig. 14.
Fig. 15.
Fig. 16.
Fig. 17.
Fig. 18.

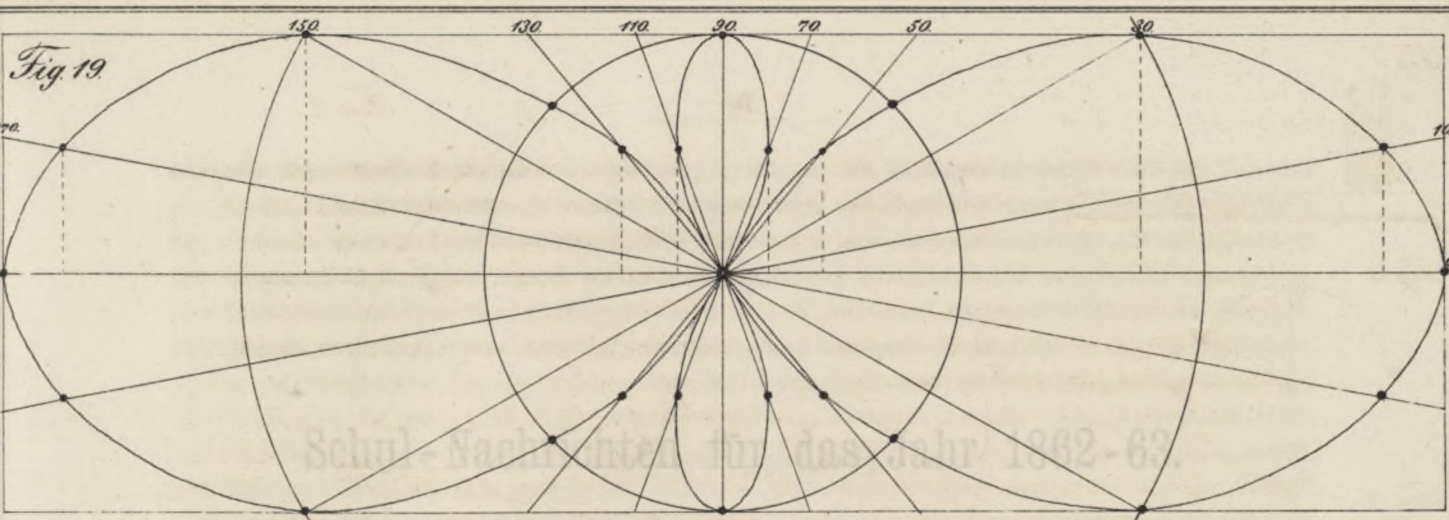

Fig. 19.

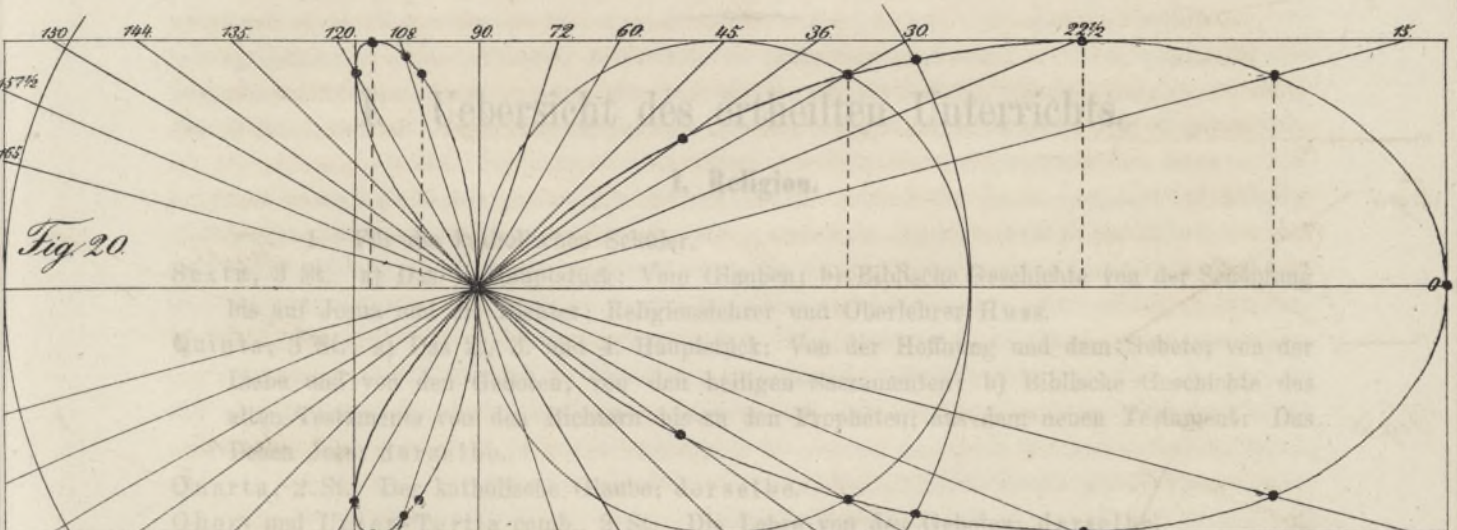

Fig. 20.

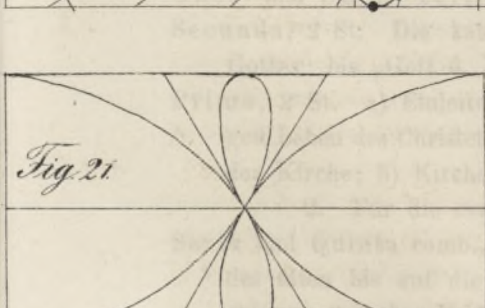
Fig. 21.

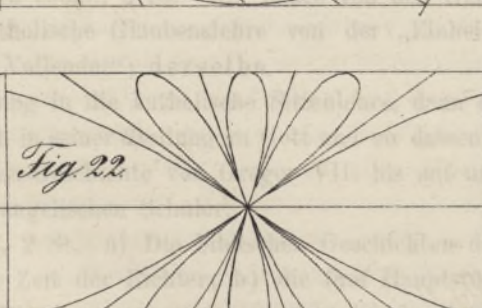
Fig. 22.

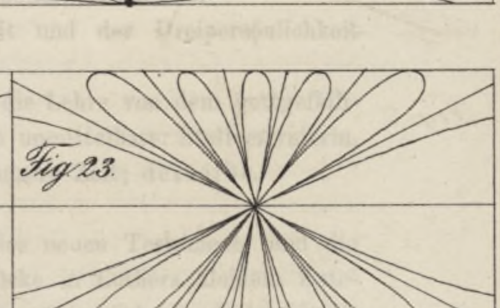
Fig. 23.

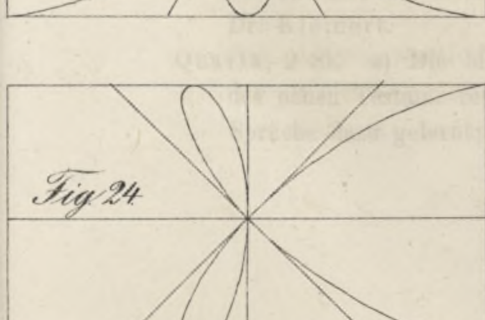
Fig. 24.

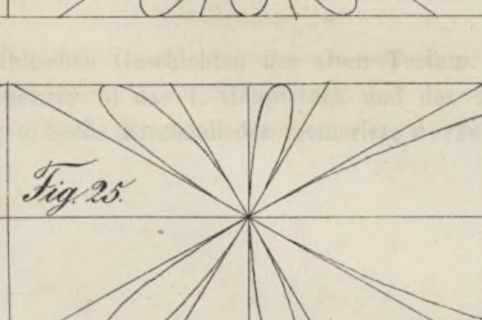
Fig. 25.

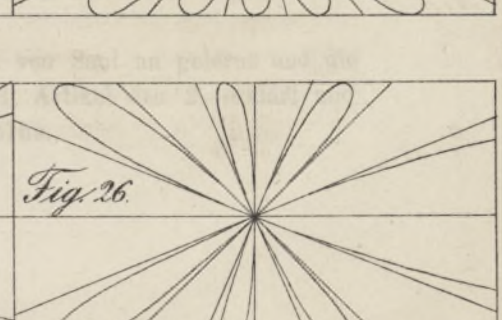
Fig. 26.

Schul-Nachrichten für das Jahr 1862-63.

I. Uebersicht des ertheilten Unterrichts.

1. Religion.

1. Für die katholischen Schüler.

Sexta. 2 St. a) [illegible] Biblische Geschichte von der Schöpfung bis auf [illegible]

Quinta. 2 St. a) [illegible] b) Biblische Geschichte des alten Testaments [illegible]

Quarta. 2 St. Der katholische Glaube [illegible] derselbe.

Tertia und [illegible] Die Lehre von den Gnaden. Derselbe.

Secunda. 2 St. Die katholische Glaubenslehre von der Einheit und [illegible] Derselbe.

Prima. 2 St. a) Einleitung [illegible] b) Kirchengeschichte [illegible]

2. Für die evangelischen Schüler.

Sexta und Quinta [illegible] a) Die biblische Geschichte des neuen Testaments [illegible] Dr. Kläpper.

Quarta. 2 St. a) Die biblische Geschichte des alten Testaments [illegible] b) [illegible]

Schul-Nachrichten für das Jahr 1862-63.

I. Uebersicht des ertheilten Unterrichts.

I. Religion.

1. Für die katholischen Schüler.

Sexta, 3 St. a) Das 1. Hauptstück: Vom Glauben; b) Biblische Geschichte von der Schöpfung bis auf Josua und die Richter; Religionslehrer und Oberlehrer Huss.

Quinta, 3 St. a) Das 2., 3. und 4. Hauptstück: Von der Hoffnung und dem Gebete; von der Liebe und von den Geboten, von den heiligen Sacramenten; b) Biblische Geschichte des alten Testaments von den Richtern bis zu den Propheten; aus dem neuen Testament: Das Leben Jesu; derselbe.

Quarta, 2 St. Der katholische Glaube; derselbe.

Ober- und Unter-Tertia comb., 2 St. Die Lehre von den Geboten; derselbe.

Secunda, 2 St. Die katholische Glaubenslehre von der „Einheit und der Dreipersönlichkeit Gottes“ bis „Gott d. Vollender“; derselbe.

Prima, 2 St. a) Einleitung in die katholische Sittenlehre, dann die Lehre von dem gottgefälligen Leben des Christen in seiner Stellung zu Gott und zu dessen unmittelbarer Stellvertreterin, der Kirche; b) Kirchen-Geschichte von Gregor VII. bis auf unsere Zeit; derselbe.

2. Für die evangelischen Schüler.

Sexta und Quinta comb., 2 St. a) Die biblischen Geschichten des neuen Testaments und die des alten bis auf die Zeit der Richter; b) die fünf Hauptstücke in Luthers kleinem Katechismus mit den Erklärungen memorirt; c) sechs Kirchenlieder memorirt; Prediger Licent. Dr. Kleinert.

Quarta, 2 St. a) Die biblischen Geschichten des alten Testam. von Saul an gelernt und die des neuen Testam. repetirt; b) das 1. Hauptstück und der 1. Artikel des 2. erklärt und Sprüche dazu gelernt; c) sechs Kirchenlieder memorirt; derselbe.

Unter- und Ober-Tertia comb., 2 St. a) Das 3., 4. und 5. Hauptstück erklärt und Sprüche dazu gelernt; b) zehn Kirchenlieder theils memorirt, theils repetirt; derselbe.

Secunda, 2 St. a) Kirchengeschichte, 2. und 3. Theil (590—1555); b) cursor. Lectüre des Evangelium Lucae im Urtext; c) Geschichte des Volkes Israel, zugleich Einleitung in die Bücher des alten Testam.; derselbe.

Prima, 2 St. a) Statarische Lectüre des Evang. Johannis im Urtext; b) christliche Sittenlehre; c) Repetition der Kirchengeschichte; derselbe.

2. Deutsche Sprache.

Sexta, 3 St. a) Lesen und Erklären von Musterstücken, Uebungen im mündlichen Vortrage; Uebersicht der Laut- und Biegungslehre und der Lehre vom einfachen Satze in fortlaufender Beziehung auf den Unterricht im Latein; b) schriftliche Arbeiten, theils Uebungen in der Orthographie oder in der Satzbildung, theils Nacherzählungen und Umwandlungen leichter poetischer Stücke in Prosa, theils Versuche in Beschreibungen; G.-L. Habler, von Ostern ab Candidat Dr. Taube.

Quinta 1., 2 St. a) Lesen und Erklären von Musterstücken, Uebungen im mündlichen Vortrage; Uebersicht der Lehre von der Wortbildung und dem zusammengesetzten Satze; b) schriftliche Arbeiten, vorzugsweise in Nacherzählungen, in Umwandlung kleiner poetischer Stücke und in Beschreibungen bestehend; G.-L. Dr. Wahner.

Quinta 2., wie in Quinta 1.; G.-L. Roehr.

Quarta 1., 2 St. a) Erklärung von Musterstücken, Uebungen im mündlichen Vortrage (Lyr. Gedichte, Legenden, Balladen); die Lehre von den über- und untergeordneten Sätzen, der Rechtschreibung und der Interpunction; b) schriftliche Arbeiten, Umbildung von Lesestücken, Inhaltsangaben, Beschreibungen, Schilderungen; Collabor. Ziron.

Quarta 2., wie in Quarta 1.; Candidat Langner.

Unter-Tertia, 2 St. a) Erklärung von Musterstücken zumeist historischen und didactischen Inhalts; Uebungen im mündlichen Vortrage; Wiederholung einzelner Abschnitte der Grammatik; b) kurzgefaszte Aufsatzlehre; schriftliche Arbeiten: Versuche in Erklärung von Begriffen und in leichten Abhandlungen, Erzählungen, geschichtliche Aufsätze; G.-L. Habler, von Ostern ab Candidat Dr. Taube.

Ober-Tertia, 2 St. a) Erklärung von Musterstücken, besonders didact. Inhalts, Uebungen im Vortrage erklärter und memorirter Gedichte, Wiederholung einzelner Abschnitte der Grammatik; b) Uebung im Disponiren, Besprechung der schriftlichen Arbeiten, welche zumeist in Beschreibungen und Schilderungen im Anschlusz an erklärte Musterstücke und in kleineren Abhandlungen bestanden; G.-L. Dr. Wagner.

Secunda, 2 St. a) Theorie der Poesie, Lesung von Musterstücken; b) freie Aufsätze, zu denen die Ausgaben folgende waren: 1. Unter welchen Umständen übernahm Cicero die Vertheidigung des P. Sestius? (Zu beantworten mit Benutzung der Einleitung von Halm zu seiner

Ausgabe der Rede für den P. Sestius.) — 2. Worin unterscheiden sich Sparsamkeit und Geiz? (Zu beantworten mit Benutzung einer Disposit. von Herzog.) — 3. Welches sind die Vortheile der Friedfertigkeit? (Wie Nr. 2.) — 4. Müssen, Können, Wollen, Dürfen. Mögen, Sollen. (Nach einem Gedichte Rückerts zu unterscheiden.) — 5. Die Unannehmlichkeiten der kürzesten Tage im Jahre. — 6. Verschiedene Vorstellungen vom Tode an einigen der gangbarsten Ausdrücke für das Wort „sterben" nachgewiesen. (Wie Nr. 2.) — 7. Der Schild des Aeneas. (Schilderung nach dem 8. Buche von Virgil's Aeneis.) — 8. Die Sage vom Kriege gegen Troja mit Hervorhebung der für die nachfolgende Geschichte bedeutsamsten Punkte. — 9. Müsziggang ist aller Laster Anfang. (Wie Nr. 2). — 10. Zwölf elegische Distichen aus gegebenem Stoffe. (Metrische Uebung.) — 11. Wie vertheidigt Cicero seine Entfernung aus Rom, ehe die Achtserklärung über ihn erfolgt war? (Abhandl. nach einem Theile der Rede Ciceros für den P. Sestius.) — 12. Kurzer Bericht über die im laufenden Schuljahre aus der Schülerbibliothek gelesenen Bücher. — 13. a) für den oberen Kursus: Wodurch wurde es den Griechen möglich, ihre Freiheit gegen die persische Uebermacht zu behaupten? b) für den unteren: Die Annehmlichkeiten der längsten Tage im Jahre. — 14. Wie characterisirt Cicero die Optimaten? (In gedrängter Kürze zu beantworten nach Ciceros ausführlicher Darstellung in der Rede für den P. Sestius.) — 15. a) für den oberen Cursus: An welche Männer vorzugsweise kann Phokion gedacht haben, als er, zum Tode geführt, sagte: Hunc exitum plerique clari viri habuerunt Athenienses? b) Wodurch wurde die Uneinigkeit zwischen Sparta und Athen unterhalten, welche endlich zu dem für beide Theile so verderblichen peloponnesischen Kriege führte? (5, 8, 13. u. 15. in der Klasse gearbeitet.). c) Uebungen im freien Vortrage eigener Arbeiten; Oberlehrer Dr. Ochmann.

Prima, 3 St. a) Geschichte der Nationalliteratur von 1525 bis auf die neueste Zeit; b) Theorie der dramatischen Dichtkunst, Erklärung von Musterstücken und der Goethe'schen Iphigenie bis zum 3. Act; c) das Wesentliche aus der philosophischen Propädeutik (Psychologie); d) freie Aufsätze, zu denen die Aufgaben folgende waren: 1. „Die Uhr schlägt keinem Glücklichen". — 2. Ἄριστον μὲν ὕδωρ. Pindar. (Mit Berücksichtigung des Wassermangels im Herbst 1862.) — 3. Inwiefern hassen die Elemente das Gebild der Menschenhand? — 4. Worin mag das Miszgeschick groszer Menschen seinen Grund haben? — 5. Warum hat sich Themistocles wohl die Kunst des Vergessens gewünscht? — 6. „Der Verstand ist im Menschen zu Haus, — Wie der Funken im Stein; — Er schlägt nicht von sich selbst heraus, — Er will heraus geschlagen sein". Rückert. — 7. Warum ist mit des Geschickes Mächten kein ewiger Bund zu flechten? — 8. Ferro nocentius aurum. Ovidius; oder: „Die Länder verbindende Strasze". Schiller. — 9. Inwiefern vergleicht Horaz (Od. IV. 4.) die Römer mit einer behauenen Steineiche? — 10. Der Pfarrer im Gegensatze zu dem Apotheker in Goethes „Hermann und Dorothea". — 11. Wie zeigt sich der Einflusz der griechischen Studien auf die deutsche Nationalliteratur? (3, 7. und 11. in der Klasse gearbeitet); e) Uebungen im freien Vortrage eigener Arbeiten: Oberl. Dr. Kayssler.

Die Aufgaben für die Abiturienten waren Ostern: „Nur vom Nutzen wird die Welt regiert“, ruft Terzky in Schillers „Wallenstein“, mit Recht? — Michaelis: Die Geschichte bestätigt den Ausspruch: „Gott ist auch in dem Schwachen mächtig.“

Die Fristen für die Einlieferung der häuslichen Arbeiten waren in den beiden unteren Klassen wöchentliche, in den mittleren zweiwöchentliche, in Secunda drei- und in Prima vierwöchentliche. Auszer den Clausurarbeiten in Secunda und Prima wurden auch in allen übrigen Klassen von Zeit zu Zeit Extemporalien unter Aufsicht geschrieben.

3. Lateinische Sprache.

Sexta, 10 St. a) Formenlehre bis zum Verb. anom.; b) Uebungen im mündlichen Uebersetzen aus dem Lateinischen ins Deutsche und umgekehrt; c) Erlernung der mit ☞, * und 1. bezeichneten Vocabeln aus Wiggert; d) wöchentliche und (in Allem 12) Extemporalien; 9 St., G.-L. Habler, von Ostern ab Cand. Dr. Taube. — Repetition, 1 St.; Director Stinner.

Quinta 1., 10 St. a) Beendigung der Formenlehre; b) Uebungen im Uebersetzen aus dem Lateinischen ins Deutsche und umgekehrt; c) Erlernung der mit 2. bezeichneten Vocabeln aus Wiggert mit Wiederholung der früher gelernten; d) wöchentliche Exercitien und (i. A. 12) Extemporalien; G.-L. Dr. Wahner.

Quinta 2., wie in Quinta 1.; G.-L. Roehr.

Quarta 1., 10 St. A. Grammatik (6 St.): a) Die Lehre von dem Gebrauche der Casus, der Adjectiva, Zahlwörter und Pronomina nebst regelmäszigen Wiederholungen aus der Formenlehre; b) mündliche Uebersetzungsübungen aus dem Deutschen ins Lateinische; c) Erlernung der mit 3. bezeichneten Vocabeln aus Wiggert und Wiederholung der früher gelernten mit steter Rücksicht auf die Wortbildungslehre; d) wöchentliche Exercitien und (i. A. 20) Extemporalien, — B. Autor (4 St.): Cornel. Nep. Aristides, Pausanias, Lysander, Dion, Iphicrates, Chabrias, Eumenes, De regibus, Hannibal; Collabor. Ziron.

Quarta 2., 10. St. A. wie in Quarta 1. — B. Autor: Corn. Nep. Cimon, Alcibiades, Iphicrates, Chabrias, Datames, Phocion, Timoleon, Hamilcar; Cand. Langner.

Unter-Tertia, 10 St. A. Gramm. a) Die Lehre vom Gebrauche der Tempora und Modi bis zu der Lehre vom Gebrauche der Participien; Wiederholung der Vocabeln und der Wortbildungslehre nach Wiggert; b) mündliche Uebersetzungsübungen aus dem Deutschen ins Lateinische; c. Memorirübungen; d) wöchentliche Exercitien und (i. A. 16) Extemporalien; — B. Autoren: Caesar, De B. Gall. V. 22—VI. — Ovid. Metamorphos. III. 1—252, 511. bis 733; IIII. — 1—166, 389—562; in Verbindung mit der Lectüre des Dichters metrische Uebungen; Oberl. Dr Kayszler.

Ober-Tertia, 10 St. A. Gramm.: a) Vervollständigung der Lehre von dem Gebrauche der Casus, Tempora und Modi; Prosodie, das Wichtigste von der Wortstellung und dem Satzbau; b) mündliche und schriftliche Uebersetzungsübungen aus dem Deutschen ins Lateinische; c) Memorirübungen; d) wöchentliche Exercitien und (i. A. 15) Extemporalien. — B. Autoren:

Caes. De B. Civ. III. — Cicer. Cato Major 1—10. — Ovid. Metamorph. VIII. 611. bis 724; X. 11—77; XI. 85—193; Amor. II. 6, 11. — Tibull. Eleg. I. 1, 3, 7, 10; II. 1, 5, 6; in Verbindung mit der Lectüre des Dichters Uebungen im Umstellen von Hexametern und Distichen, sowie in Anfertigung lateinischer Verse nach dem in Fiedlers Verskunst der latein. Sprache gegebenen Materiale; Collabor. Dr. Wentzel.

Secunda, 10 St. A. Gramm.: a) Syntax, Wiederholung und weitere Ausführung der Lehre vom Verbum, dann die Lehre von den Partikeln; b) mündliche Uebersetzungsübungen aus dem Deutschen ins Lateinische; c) Memoriren von Stellen aus Cicero nach Wiederholung des im vorigen Jahre Memorirten; d) wöchentliche Exercitien und vierwöchentliche Extemporalien und (im ob. Cursus) Versuche in freien Aufsätzen, zu denen die Aufgaben folgende waren: 1. Histiaeus a rege Dario ad sedandas Jonum turbas dimissus quibus tandem rebus perpetratis poenas perfidiae capite luerit, Herodoto auctore breviter exponitur. — 2. De Miltiade, Cypseli filio, quae Herodotus l. VI. memoriae prodidit, exponuntur. — 3. Quae Herodotus de Cleomenis expeditione contra Argivos facta narrat, exponuntur. — 4. Qui factum est, ut Graeci libertatem suam a Persarum incursionibus prospere defenderent? (4. in der Klasse gearbeitet.) — B. Autoren: Cicer. Or. pro P. Sestio. — Virgil. Aen. VIII. — Horat. Od I. 1—14; auszerdem Uebung im Lesen der horazischen Masze und im Anfertigen von Hexametern, elegischen Distichen und jambischen Senarien nach Dictaten; Oberl. Dr. Ochmann.

Prima, 8 St. A. Gramm.: a) Wiederholungen aus der Syntax besonders vom Gebrauche der Tempora und von der Wortstellung, der Satzverbindung, der Satzstellung und dem Periodenbau, dann Stilistisches in Auswahl nach Seyfferts „Schol. Lat.“ und Nägelsbachs „Lat. Stilistik für Deutsche“; b) wöchentliche Exercitien, damit öfter abwechselnd Extemporalien, Sprechübungen mit Benutzung früher memorirter ciceron. Stellen und dreiwöchentlich gelieferte Aufsätze, zu denen die Aufgaben folgende waren: 1. Romanos in Graecia subigenda callidissime versatos esse demonstratur. — 2. Socrates quam nec deos esse negaverit nec adolescentes corruperit, Xenophonte auctore (Memorab. Socr.) exponitur. — 3. Quas potissimum virtutes adolescentibus Socrates commendaverit, Xenophonte auctore (Memorab. Socr.) ostenditur. — 4. M. Tullius Cicero quantum, ut in omni literarum genere civibus suis prodesset, operam navarit, ostenditur. — 5. Quibus maxime ex rebus aegritudo oriri soleat, Cicerone auctore (Tusc. Disp. III.) exponitur. — 6. Rerum a Diomede gestarum expositionem quanta Homerus narrationis varietate distinxerit, demonstratur. — 7. Lacedaemonii quum ex bello peloponnesiaco superiores discessissent, quam non iuste imperitarint ceteris Graeciae civitatibus, ostenditur. — 8. Neminem ante mortem beatum esse exemplis quibusdam historia celebratis comprobatur. — 9. Quo iure Livius bellum illud, quod Hannibale duce Carthaginienses cum populo Romano gessere, maxime omnium memorabile dixerit, quae unquam gesta essent, quaeritur. — 10 De genere et magnitudine belli Mithridatici Cicerone auctore (Or. de imperio Cn. Pompeii) exponitur. — 11. 'Non minor est virtus quam quaerere parta tueri'. Ovid. — 12. Quae omnium maxime res Philippum Macedonem ad Graeciam subigendam adiuverint, ostenditur. — 13. Quam non fuerint iidem Graeci ad Chaeroneam atque ad Marathona et Salamina, exponitur. —

14. Quam Sophocles Oedipodis regis persona usus oraculorum vim et auctoritatem perhibuerit, ostenditur. (4, 9, 14. in der Klasse gearbeitet.) — B. Autoren: Cicer. Tusc. Disp. III, V; 5 St., Director Stinner. — Horat. Od. II, IIII; Epod. in Auswahl; Epist. I. 3—5; 7—13, 19, 20; 3 St., Oberl. Dr. Ochmann.

Die Aufgaben für die Abiturienten waren Ostern: Quid omnium maxime Graeciae libertatis interitum accelerasse videatur, exponitur. — Michaelis:

Homerus 'quid sit pulchrum, quid turpe, quid utile, quid non,
Planius ac melius Chrysippo et Crantore dicit.' Horat.

Privatim lasen unter Leitung der betreffenden Ordinarien die Schüler des oberen Cursus der Secunda theils Caesars Commentarien, theils leichtere Reden Cicero's, theils Sallust, die der Prima theils Reden, theils leichtere philosophische Schriften Ciceros.

4. Griechische Sprache.

Quarta 1., 6 St. a) Die Formenlehre bis zum Verb. liqu.; b) Uebungen im Uebersetzen aus dem Griechischen ins Deutsche und umgekehrt; method. Erlernen von Vocabeln nach Gottschick; c) wöchentliche Exercitien und (i. A. 20) Extemporalien; Collabor. Ziron.

Quarta 2., wie in Quarta 1.; Cand. Langner.

Unter-Tertia, 6 St. A. Grammatik: a) Wiederholung des Pensums von Quarta, dann die Verba liqu., in $\mu\iota$ und die wichtigsten anom.; b) Uebersetzungsübungen aus dem Deutschen ins Griechische und umgekehrt mit Einprägung der Vocabeln; c) wöchentliche Exercitien und (i. A. 10) Extemporalien. — B. Autor: Xenoph. Anab. II. c. 6—III. c. 4. § 37; Oberl. Dr. Kayszler.

Ober-Tertia, 6 St. A. Grammatik: a) Wiederholung der gesammten Formenlehre; Wortbildung; das Wichtigste vom homerischen Dialecte; b) Uebersetzungübungen aus dem Deutschen ins Griechische mit steter Rücksicht auf Einprägung der Vocabeln; c) wöchentliche Exercitien und (i. A. 10) Extemporalien. — B. Autoren: Xenoph. Cyrop. I. 1—4; II. 1—2. Hom. Od. II. 1—250; Collabor. Dr. Wentzel.

Secunda, 6 St. A. Grammatik: a) Wiederholung und Ergänzung der Formenlehre, dann Syntax (vom Nomen); b) zweiwöchentliche Exercitien und sechswöchentliche Extemporalien. — B. Autoren: Herod. VI; 4 St., Oberl. Dr. Ochmann. — Hom. Od. VII—VIIII; 2 St., Director Stinner.

Prima, 6 St. A. Gramm.: a) Syntax (Vom Verbum. Buttm. § 134—139); b) zweiwöchentliche Exercitien, Extemporalien. — B. Autoren: Xenoph. Memor. Socr. I, theilweise ins Lateinische übersetzt; Demosth. Or. Olynth. I—III. — Hom. Il. IIII—VI; Soph. Oedip. tyr.; Director Stinner.

5. Französische Sprache.

Quinta 1., 3 St. a) Das Wichtigste aus der Elementar-Grammatik; b) mündliche Uebersetzungsübungen aus dem Französischen ins Deutsche und umgekehrt mit steter Rücksicht auf Einprägung der Vocabeln; c) wöchentliche Exercitien, Extemporalien; Cand. Langner.

Quinta 2., wie in Quinta 1.; G.-L. Dr. Wagner.

Quarta, 2 St. a) Die Formenlehre bis zu den Verb. irrég.; b) Uebersetzungsübungen; c) wöchentliche Exercitien, Extemporalien; G.-L. Dr. Wagner.

Unter-Tertia, 2 St. A. Gramm.: a) Unregelmäszige Verba, Adverbia, Präpositionen, Conjunctionen und Interjectionen; b) mündliches Uebersetzen aus dem Deutschen ins Französische; c) wöchentliche Exercitien, Extemporalien. — B. Lectüre; S. 1—51. des „Leseb." von Süpfle; derselbe.

Ober-Tertia, 2 St. A. Gramm.: a) Wiederholung der unregelmäszigen Verba etc.; von den Artikeln, vom Gebrauche der Casuszeichen, vom Adjectiv; b) mündliches Uebersetzen aus dem Deutschen ins Französische; c) zweiwöchentliche Exercitien, Extemporalien. — B. Lectüre: S. 51—101. des „Leseb." von Dr. Otto; derselbe.

Secunda, 2 St. A. Gramm.: a) Wiederholung der Lehre von dem Artikel, Adjectiv und Fürwort; aus der Lehre vom Zeitwort die Abschnitte von der Rection desselben, von dem Gebrauche der Zeiten und ihrer Folge, von dem Gebrauche des Indicativs, des Conditionnels und des Conjunctivs; ausezrdem die Elemente der französischen Metrik; b) mündliches und schriftliches Uebersetzen aus dem Deutschen ins Französische; c) zweiwöchentliche Exercitien, Extemporalien. — B. Lectüre: Französ. Leseb. von Lüdecking: Erzählungen, Gespräche, Naturgeschichte, Geschichte, Gedichte, die letzteren meist von Béranger; Collab. Dr. Wentzel.

Prima, 2 St. A. Gramm.: a) Wiederholung der gesammten Syntax; b) mündliches und schriftliches Uebersetzen aus dem Deutschen ins Französische; c) zweiwöchentliche Exercitien, Extemporalien. — B. Lectüre nach der „Chrestomathie" von Süpfle: Premières années du règne de Louis XVI. (Thiers). — Fuite de Louis XVI. (Lamartine). — Procès et mort de Louis XVI. (Mignet). — Fragment du plaidoyer du Raymond Déséze pour la défense de Louis XVI. — Le chant du rossignol (Buffon). — La nature compense tout (Bernardin de St. Pierre). — Combat d'un lion dans le cirque (Dezobry). — Le Cid, tragédie par Corneille (pag. 431 bis 463); derselbe.

6. Hebräische Sprache.

Secunda, 2 St. 1. Für die untere Abtheilung: a) Elementarlehre, Formenlehre bis zu dem unregelm. Verbum; b) Leseübungen, 1 St. — 2. Für die obere Abtheilung: a) Verba irreg., das Nomen und die übrigen Redetheile; b) Uebersetzung und Erklärung von Mos. I. c. 42 und 43; 1 St., Religionsl. und Oberl. Huss.

Prima, 2 St. a) Wiederholung der Formenlehre und Erklärung der wichtigsten syntactischen Regeln; b) Exercitien (vierwöchentlich); c) Uebersetzung und Erklärung von Mos. I. 43—44; Sam. I. 19—20; Psalm 8, 29, 72, 137; derselbe.

7. Polnische Sprache.

Tertia, 2 St. 1. Für die untere Abtheilung: a) Das Hauptsächlichste aus der Formenlehre; die ersten 25 Lectionen nach Woliński; b) schriftliche Uebungen; 1 St. — 2. Für die ob.

Abth.: a) Formenlehre; die ersten 36 Lectionen nach Woliński; b) schriftliche Arbeiten; 1 St., Ober-Caplan Wrzodek.

Secunda, 1 St. a) Grammatik und Uebungen im Anschlusz an Woliński (16—43. Lection); b) schriftliche Arbeiten; derselbe.

Prima, 1 St. Uebersetzung ausgewählter Abschnitte aus „Nauka o świecie przez A. Kiszewskiego" mit Erklärung und practischen Uebungen; derselbe.

8. Geographie und Geschichte.

Sexta, 3 St. Vorläufige Erläuterungen aus der mathematischen, physikalischen und politischen Geographie, Oceanographie; Geographie von Deutschland und insbesondere von Preuszen; G.-L. Habler, von Ostern ab Cand. Dr. Taube.

Quinta 1., 3 St. Allgemeine topographische Betrachtung der Erdtheile, im Besonderen Europa, die auszereuropäischen Erdtheile übersichtlich; G.-L. Dr. Wahner.

Quinta 2., wie in Quinta 1.; G.-L. Dr. Wagner.

Quarta 1., 3 St. Kurze Uebersicht der Geschichte der Cultur-Völker Asiens und Afrikas in der vorchristlichen Zeit; Geschichte der Griechen und die Götterlehre derselben mit dem Nöthigen aus der Geographie; Collabor. Ziron.

Quarta 2., wie in Quarta 1.; Cand. Langner.

Unter-Tertia, 3 St. Geschichte der Römer mit dem Nöthigen aus der Geographie; G.-L. Habler, von Ostern ab Cand. Dr. Taube.

Ober-Tertia, 3 St. Deutsche Geschichte mit besonderer Berücksichtigung der preuszischen, damit in Verbindung das Nöthige aus der Geographie; G.-L. Dr. Wagner.

Secunda, 3 St. Die historischen Völker Asiens und Afrikas; Geschichte der Griechen und des griechisch-macedonischen Reiches mit dem jedesmal entsprechenden Ueberblick des Schauplatzes der Ereignisse; G.-L. Dr. Wahner.

Prima, 3 St. Geschichte des Mittelalters und neuere Geschichte bis zum Jahre 1648; Wiederholung der alten und des übrigen Theils der neueren und insbesondere der preuszischen Geschichte mit dem Nöthigen aus der Geographie; derselbe.

9. Rechnen und Mathematik.

Sexta, 4 St. a) Die vier Species in ganzen, unbenannten und benannten Zahlen und in Brüchen; b) Kopfrechnen; c) schriftliche Arbeiten; Oberl. Peschke.

Quinta 1., 4 St. a) Bruchrechnung (Wiederholung); Decimalbrüche, Regel de tri, Prozent-, Gewinn- und Verlust-, Zins-, Rabatt- und Termin-Rechnung; b) schriftliche Arbeiten; derselbe.

Quinta 2., wie in Quinta 1.; G.-L. Roehr.

Quarta, 3 St. a) Rechnen; Gesellschafts- und Vermischungsrechnung, Kettenregel, Wurzelausziehen aus ganzen und gebrochenen Zahlen; b) Geometrie: Uebung im Auffassen und Darstellen der räumlichen Gröszen an Körpern und Figuren; c) schriftliche Arbeiten; Oberl. Peschke.

Unter-Tertia, 3 St. a) Arithmetik: Von den absoluten Zahlen; b) Geometrie: Von den geraden Linien und den geradlin. Winkeln, von den Parallellinien, von den ebenen Figuren im Allgemeinen, von den Triangeln, von den Vierseiten, vorzugsweise von den Parallelogrammen; c) schriftliche Arbeiten; derselbe.

Ober-Tertia, 3 St. a) Arithmetik: Die relativen Zahlen; b) Geometrie: Die Lehre vom Kreise und dem Flächeninhalte geradliniger Figuren; c) schriftliche Arbeiten; G.-L. Roehr.

Secunda, 4 St. a) Arithmetik: Bestimmungsgleichungen des 1. und 2. Grades; b) Geometrie: Aus der Planimetrie die Proportionalität gerader Linien, Aehnlichkeit geradliniger Figuren, Berechnung der Seiten regulärer Polygone, Rectification und Quadratur des Kreises, einige Aufgaben aus der rechnenden Geometrie; Stereometrie bis zu der Lehre von den Ecken einschlieszlich; c) schriftliche Arbeiten; derselbe.

Prima, 4 St. a) Arithmetik: Die arithmet. und geometr. Reihen, die Zins-Zinsrechnung und Rentenrechnung, die Combinationslehre, der binomische Lehrsatz; b) Geometrie: Anwendung der ebenen Trigonometrie auf vielseitige Figuren, Uebungsaufgaben; c) mathematische Geographie; d) schriftliche Arbeiten; Oberl. Peschke.

Die Aufgaben für die Abiturienten waren zu Ostern: Den Unterschied der Flächeninhalte zweier in und um den Kreis beschriebenen regulären achtseitigen Figuren anzugeben, wenn der Radius des Kreises r ist. — Die Oberfläche eines Kugelsegments sei m, der Radius der Kugel r; wie grosz ist der zugehörige Centriwinkel? — Zur Berechnung der Seiten eines Triangels sind die Winkel α, β, γ und die Fläche F. gegeben: $\alpha = 65^0\ 18'\ 12''$, $\beta = 58^0\ 22'\ 18''$ und $\gamma = 56^0\ 19'\ 30''$, $F = 564\ \square'$. — Man löse die Exponential-Gleichungen:

$$\sqrt[x]{64} \,.\, 3^y = 36.$$

$$\sqrt[x]{1728} \,.\, 5^y = 300.$$

Zu Michaelis: Den Flächeninhalt eines Trapezes zu finden, wenn die senkrechten Abstände der parallelen Seiten vom Durchschnittspunkte der nicht parallelen $= 6'$ und $18'$ und die kleinere der parallelen Seiten $= 11'$ gegeben sind. — Wie grosz ist die Entfernung zweier in einer Horizontalebene liegenden Orte, wenn dieselben von der Spitze eines $2000'$ hohen Berges unter dem Depressionswinkel von $10^0\ 15'\ 6''$ und $7^0\ 6'\ 18''$ erscheinen, während die Visirlinien nach beiden Orten einen Winkel von $49^0\ 56'\ 7''$ bilden? — Von 5 ganzen Zahlen bilden die erste, zweite und dritte eine steigende geometrische Progression, die dritte, vierte und fünfte eine steigende arithmetische, deren Differenz gleich der zweiten Zahl ist. Die Summe der zweiten, dritten, vierten und fünften ist 40 und das Product der zweiten und fünften 64. Wie heiszen die Zahlen? — Welche Werthe haben x und y in den Exponentialgleichungen

$$\frac{a^x \,.\, a^y}{a^5} = a^{13}$$

$$(a^x)\, y = a^{77}?$$

Die schriftlichen (häuslichen) Arbeiten waren von Sexta bis Tertia wöchentlich, in Secunda zweiwöchentlich und in Prima dreiwöchentlich zu liefern. Dazu kamen in allen Klassen öftere Extemporalien.

10. Physik.

Secunda, 1 St. Die allgemeinen Eigenschaften der Körper, insbesondere der flüssigen; G.-L. Roehr.

Prima, 2 St. Die mechanischen Eigenschaften fester Körper; die Lehre vom Schalle; Oberlehrer Peschke.

11. Naturkunde.

Unter-Tertia, 2 St. Im Winter-Semester: Zoologie; im Sommer-Semester: Botanik nach dem linné'schen System; im W.-S. G.-L. Habler, im S.-S. G.-L. Dr. Wagner.

Ober-Tertia, 2 St. Im Winter-Semester: Mineralogie; im Sommer-Semester: Botanik nach dem natürlichen System; G.-L. Dr. Wagner.

12. Schönschreiben.

Sexta, 3 St.
Quinta, 3 St. } Uebungen nach Vorlegeblättern; Zeichnenlehrer Buffa.

13. Zeichnen.

Sexta, 2 St. Erklärung der Formenlehre; die einfachsten Uebungen in systemat. Aufeinanderfolge; Zeichnenlehrer Buffa.

Quinta, 2 St. Anfänge im Schattiren an Blumen, Landschaften und Köpfen; derselbe.

Quarta, 2 St. Vollständiges Schattiren an Blumen, Landschaften, Köpfen und Thieren; derselbe.

Tertia, 1 St.
Secunda und Prima, 1 St. } Fortsetzung der früheren Uebungen mit Bleistift, Kreide oder Tusche; derselbe.

14. Gesang.

Sexta, 2 St. Kenntnisz der Noten, der Intervalle, der Tact- und Durtonarten; Einübung von ein- und zweistimmigen Liedern aus B. Philipps Turnliedern und B. Kothe's Kirchengesängen; Gesanglehrer Kothe.

Quinta, 1 St. Wiederholung der Elementarlehre, Kenntnisz der Molltonarten; Einübung zwei- und dreistimmiger Lieder aus Erk's „Sängerhain" (1. Heft), zweistimmiger Motetten von Aiblinger und Bertalottischer Chorsolfeggien; derselbe.

Quarta, 1 St. Einübung drei- und vierstimmiger Gesänge aus Erk's „Sängerhain" (2 H.) und anderer leichter Gesänge von Reissiger, Mendelssohn, Weber und Haydn; derselbe.

Tertia, 1 St. Einübung von Chören aus der „Schöpfung" von J. Haydn und einer Anzahl Motetten von M. Hauptmann, C. Ett, v. Seyfried und A. Kothe; derselbe.

Alle Klassen comb. (geübtere Sänger), 1 St. Einübung der Cantate „Die erste Walpurgisnacht" von Mendelssohn, von Chören aus dem Oratorium „Christus" von demselben, aus „Messias" von Händel und anderen für Kirchen- und Schulfeierlichkeiten geeigneten Compositionen; derselbe.

15. Turnen.

Die Turnübungen wurden, wie sonst, von dem Turnlehrer Hielscher während der Wintermonate wöchentlich zweimal, jedesmal durch zwei Stunden, und zwar für die eine von den zwei Abtheilungen sämmtlicher Turnzöglinge, abgehalten. Die Sommer-Turnübungen fanden ebenfalls in zweimal zwei Stunden wöchentlich statt, beide Male für alle Turnzöglinge zusammen. auszerdem aber besondere Uebungen für die Vorturner. Ueberhaupt belief sich die Zahl der Turner im Winter-Semester auf 260, im Sommer-Semester auf 360. Ein Schauturnen wurde am 8. August abgehalten.

Neu eingeführte Lehr- und Uebungsbücher: „Arithmetisches Exempelbuch etc. von Fr. Kranicke" in Sexta, „Anleitung zum Uebersetzen aus dem Deutschen ins Lateinische für untere und mittlere Gymnasialklassen, von Dr. E. Berger", in Quarta, „Französisches Lesebuch für die unteren und mittleren Klassen der Gymnasien etc. von Dr. L. Süpfle", in Unter-Tertia, sämmtlich mit höherer Genehmigung vom 20. Sept. 1862. Die Einführung der „Choräle und Lieder zum Gebrauche bei dem öffentlichen Gottesdienste auf Gelehrtenschulen von B. Kothe" für den Gottesdienst der katholischen Schüler erfolgte nach eingegangener Genehmigung des Königl. Ministeriums auf Grund der Verfügung des K. Provincial-Schul-Collegiums vom 1. Mai d. J.

In besonderen Stunden ertheilte der Religionslehrer und Oberlehrer Huss vom November 1862 an Beichtunterricht und führte 33 von den Schülern, welche daran Theil genommen, am 3. Mai zum ersten Empfange der heiligen Communion.

Der tägliche Morgengottesdienst für die katholischen Schüler wurde auch während der Wintermonate ohne Unterbrechung abgehalten. Die heiligen Sacramente der Busze und des Altars empfingen die Schüler in der Regel alle sechs Wochen, wobei der Religionslehrer Huss, wie in früheren Jahren, bei der Spendung des ersteren von der hiesigen Curatgeistlichkeit in dankenswerthester Weise unterstützt wurde.

Aus der Zahl der evangelischen Schüler wurden am 12. April 1863 durch den Herrn Superintendenten Pastor prim. Krieger in der hiesigen evangelischen Kirche 21 feierlich eingesegnet.

Vorschul-Klasse.

In der Vorschul-Klasse ist das behandelte (bis Ausgang September zu beendende) Unterrichts-Pensum: Religion und Bibl. Geschichte, 2 St., a) für die katholischen Schüler: Religion nach dem Diöcesan-Katechismus für die untersten Classen der Elementarschulen, 1. bis 25. Lection; Bibl. Geschichte des alten Testam. nach Stern's „Bibl. Geschichte im Auszuge";

b) für die evangelischen: Ausgewählte Geschichten aus dem alt. u. neuen Testam., 1—3. Hauptstück aus Luthers kleinem Katechismus; einige Sprüche und Liederverse memorirt. — Deutsch, 6 St.: Kenntnisz der Redetheile und des einfachen, sowie des einfach erweiterten und zusammengesetzten Satzes, practisch eingeübt mittels entsprechender Lesestücke und durch Anfertigung von Sätzen nach gegebenen Beispielen; Versuche in der Ausarbeitung kleiner Erzählungen und Beschreibungen nach Petermann's „Aufgaben" und R. und L. Seltzsam's „Deutsch. Leseb. für das mittl. Kindesalter"; besondere orthographische Uebungen. — Lesen, 3 St.: Sicheres und sinngemäszes Lesen in deutscher und lateinischer Druckschrift, verbunden mit Wiedererzählen und Erklären der gelesenen Stücke; Vortrag memorirter Gedichte, nach Seltzsam. — Latein, 3 St.: Lesen, regelmäszige Declination, das Hülfszeitwort und Vorübungen in der Conjugation, verbunden mit Vocabellernen und Uebungen im mündlichen und schriftlichen Uebersetzen, nach Spiesz's „Uebungsbuch" (Octava). — Geographie und Naturkunde, 3 St.: Uebersicht der Erdoberfläche, Europa, genauer Schlesien, überall mit Berücksichtigung der wichtigsten und besonders häufigen Naturproducte, nach dem „Leitfaden" von Häckel. — Rechnen, 4 St.: Die vier Species in unbenannten und benannten Zahlen, Vorübungen in der Bruchrechnung, Kopfrechnen, nach Böhme's „Rechenbuch." — Schreiben, 2 St.: Schönschreiben und Uebung in der Fertigkeit, etwas Dictirtes leserlich und sauber nachzuschreiben. — Zeichnen, 2 St.: Die ersten Elemente des Zeichnens, verbunden mit geometrischer Formenlehre; leichte Uebungen nach Vorzeichnungen an der Schultafel und nach Vorlegeblättern. — Singen, 1 St.: Das Nöthige aus der Elementarlehre, Einüben zweistimmiger Gesänge und einiger Choräle.

Ertheilt wurde der Unterricht von dem Hauptlehrer der Klasse, C. Baumann (in 23 St w.), von dem Religionsl. und Oberl. Huss und dem Prediger Licent. Dr. Kleinert (in je 2 St. w.) und von dem Gesanglehrer Kothe (in 1 St. w.).

II. Verordnungen der vorgesetzten Behörden.

Vom 18. August 1862. Das Königliche Provincial-Schul-Collegium fordert in Folge eines Erlasses des Herrn Ministers der geistlichen, Unterrichts- und Medicinal-Angelegenheiten einen gutachtlichen Bericht, ob unter Berücksichtigung der principiellen Aufgabe der höheren Schulen die Einführung eines facultativen Unterrichts in der Stenographie besonders für Tertia und Secunda in zwei wöchentlichen Stunden zweckmäszig und ob sie im hiesigen Gymnasium ausführbar sei, und event., ob dem Stolze'schen oder dem Gabelsberger'schen Systeme der Vorzug zu geben sein würde.

Vom 25. September. Dieselbe Behörde weist den Director an, etwaigen Requisitionen des Königl. Landrathsamtes, welche sich auf die über die Statistik und Verwaltung des Kreises zu erstattenden Berichte beziehen, Folge zu geben. Auszerdem wird derselbe veranlaszt, der hies. Königlichen Regierung am 1. Januar 1863, dann am 1. April 1865 und später fortlaufend alle 3 Jahre eine Angabe der Lehrerzahl und eine Frequenz-Tabelle nach den einzelnen Klassen, sowie Nachrichten über Vermögen, Einnahme, Ausgabe und Stipendien der Anstalt einzureichen.

Vom 17. November. Dieselbe Behörde theilt einen Erlasz des Ministeriums des Innern und des Kriegs-Ministeriums vom 31. October 1862 mit, nach welchem das Führungsattest für Zöglinge von höheren Schulen Behufs deren Anmeldung zum einjährigen freiwilligen Militair-Dienste fortan nicht mehr von der Polizei-Behörde, sondern von den Directoren der betreffenden Unterrichtsanstalten auszustellen ist.

Vom 14. December. Dieselbe Behörde empfiehlt auf Veranlassung des Königlichen Cultus-Ministeriums die im Verlag der Haude- und Spenerschen Buchhandlung in Berlin erschienene „Anleitung zur Einrichtung von Turnanstalten“ für jedes Alter und Geschlecht nebst Beschreibung und Abbildung aller bei dem Turnen gebräuchlichen Geräthe und Gerüste mit genauer Angabe ihrer Masze und Aufstellungsart, von W. Angerstein“, als ein der gestellten Aufgabe wohl entsprechendes Werk.

Vom 28. December. Dieselbe Behörde theilt einen Erlasz des Herrn Ministers der geistlichen, Unterrichts- und Medicinal-Angelegenheiten vom 13. December über verschiedene bei dem Unterrichte in der deutschen Sprache, der deutschen Literaturgeschichte und der philosophischen Propädeutik besonders ins Auge zu fassende Punkte mit.

Vom 31. Januar 1863. Dieselbe Behörde macht in Folge eines Ministerial-Erlasses auf das von dem Professor Dr. von Kloeden in Berlin bearbeitete und mit dem 3. Bande zum Abschlusz gelangte Handbuch der Erdkunde als ein bei der sorgfältigen Benutzung des reichen vorhandenen Materials empfehlenswerthes Hülfsmittel für das Studium der Geographie aufmerksam.

Vom 6. Februar. Dieselbe Behörde weist in Folge Erlasses des Herrn Cultus-Ministers den Director an, dafür zu sorgen, dasz die Schüler der Anstalt auf die von Sr. Majestät dem Könige angeordnete kirchliche Feier des 15. Februar als des hundertjährigen Gedenktages des Hubertsburger Friedensschlusses durch eine angemessene historische Belehrung vorbereitet werden und an dem betreffenden Gemeinde- oder einem für dieselben besonders abgehaltenen Gottesdienste Theil nehmen. — Am 17. März soll der regelmäszige Unterricht ausfallen und eine der Bedeutung des Tages angemessene Schulfeier veranstaltet werden, deren Einrichtung im Einzelnen dem Director anheim gestellt wird.

Vom 2. März. Dieselbe Behörde läszt dem Director ein Exemplar des von einem patriotischen Freunde der Jugend dem Herrn Cultus-Minister mit Rücksicht auf die bevorstehende Feier der nationalen Erinnerungstage zur Vertheilung an Schüler höherer Bildungsanstalten in einer Anzahl von Exemplaren überwiesenen Bilderwerkes „Aus König Friedrichs Zeit“ mit der Veranlassung zugehen, dasselbe bei der am 17. März stattfindenden Schulfeier einem solchen Schüler zu überreichen, welchen das Lehrer-Collegium dieser Auszeichnung für würdig hält.

Vom 2. April. Dieselbe Behörde macht auf Veranlassung des Königlichen Ministeriums der geistlichen, Unterrichts- und Medicinal-Angelegenheiten darauf aufmerksam, dasz der Verleger des von dem Maler Professor K. H. Hermann in Berlin herausgegebenen Werks „Geschichte des deutschen Volks in 15 Bildern“ (Text von Dr. R. Foss), Justus Perthes in Gotha, dasselbe an Unterrichtsanstalten jetzt und bis auf Weiteres zu dem Preise von 20 statt von 30 Thalern abzulassen sich erboten hat, und bezeichnet das Werk als ein sehr brauchbares Hülfsmittel zur Veranschaulichung und Belebung des Geschichtsunterrichts.

Vom 13. April. Dieselbe Behörde übersendet dem Director auf Veranlassung des Herrn Ministers der geistlichen-, Unterrichts- und Medicinal-Angelegenheiten 2 Exemplare des Abdrucks der Urkunde über die Errichtung des Denkmals Sr. Majestät des Königs Friedrich Wilhelm III. mit dem Auftrage, dieselben im Archiv der Anstalt aufzubewahren.

Vom 10. Mai. Dieselbe Behörde veranlaszt auf Grund häufig vorgekommener derartiger Fälle, dasz Schüler durch Nichtbeachtung des End-Termins der Ferien unbefugter Weise ihre Ferien ausgedehnt haben, durch Circular-Verfügung die Directoren, über das rechtzeitige Eintreffen der Schüler nach Ablauf der Ferien zu wachen und einer nicht durch unzweifelhafte Zeugnisse begründeten Ausdehnung derselben mit den ihnen zu Gebote stehenden Mitteln entgegenzutreten.

Vom 28. Mai. Dieselbe Behörde erkennt die Bereitwilligkeit an, mit welcher der evangelische Religionslehrer Licentiat der Theologie Dr. Kleinert sich der Catalogisirung der hiesigen alten theologischen Bibliothek unterzogen hat, und bewilligt demselben eine Remuneration.

III. Chronik des Gymnasiums.

Das Schuljahr 1862-63 wurde am 2. October, nachdem an den nächst vorhergehenden Tagen Schüler-Aufnahme und Nachprüfungen stattgefunden hatten, in üblicher Weise mit der Vorlesung und Erläuterung der Schulgesetze und darauf folgender kirchlicher Feierlichkeit eröffnet. Eine besondere Andacht wurde während dieser für die Schüler evangelischer Confession von dem Religionslehrer derselben, Dr. Kleinert, im Prüfungs-Saale des Gymnasiums abgehalten.

Die Lehrstunden begannen an demselben Tage um 10 Uhr.

Bald nach dem Anfange des Schuljahrs stellte sich das Bedürfnisz einer Theilung der 80 Schüler zählenden Quarta heraus. Demselben wurde mit Genehmigung des Königlichen Provincial-Schul-Collegiums vom 20. October, da eine neue Lehrkraft nicht alsbald verfügbar war, zunächst im Deutschen, im Latein und im Griechischen, sowie in der Geschichte und Geographie in der Art entsprochen, dasz die vollständige Sonderung der Klasse in zwei Coetus einer späteren Zeit vorbehalten blieb.

Erhebliche Unterbrechungen des Wirkens der Anstalt traten im Laufe des Jahres nicht ein; doch waren der Gymnasiallehrer Dr. Wahner vom 27. October bis 5. November, der Oberlehrer Dr. Kayszler vom 27. April bis 8. Mai und der Collaborator Dr. Wentzel vom 13. bis 15. Juli zu der Function von Geschworenen einberufen, und es muszten in Folge dessen für einzelne Stunden, beziehungsweise Tage, deren amtliche Obliegenheiten bei dem Gymnasium anderweitige Erledigung finden.

Behufs der Vertretung des Gymnasiallehrers Habler, welcher in Folge von Unwohlsein bereits gegen Ende Januar seinen Unterricht durch mehrere Tage auszusetzen genöthigt gewesen, während der Osterferien aber von Neuem erkrankt war, wurde durch Verfügung des Königlichen Provincial-Schul-Collegiums vom 13. April der Candidat des höheren Lehramts Dr. Taube, zunächst vorher durch ein halbes Jahr Mitglied des pädagogischen Seminars für gelehrte Schulen in Breslau, am Anfange des Sommer-Semesters dem hiesigen Gymnasium als Lehrer zur Aushülfe zugewiesen. Derselbe hatte nebst der Mehrzahl der erledigten Unterrichtsstunden zugleich das Ordinariat in Sexta zu übernehmen und bis jetzt zu verwalten, da der erkrankte Amtsgenosse seine von dem Gebrauche einer auswärtigen Brunnen-Cur erhoffte Genesung noch nicht völlig erlangt hat.

Am 15. Februar als dem hundertjährigen, Allerhöchster Anordnung gemäsz durch kirchliche Feier zu begehenden Gedenktage des Hubertsburger Friedensschlusses wohnten die Lehrer und katholischen Schüler der Anstalt dem von dem Religionslehrer Huss in der Gymnasialkirche abgehaltenen, aus einer auf die Veranlassung der Feier Bezug nehmenden Predigt und einem Hochamte mit Te Deum bestehenden Gottesdienste bei, nachdem an den nächstvorhergehenden Tagen alle Schüler der Anstalt für die Begehung des Festes mittels historischer Belehrung vorbereitet und auf die Bedeutung desselben hingewiesen, die nichtkatholischen aber insbesondere ermahnt worden waren, an dem betreffenden Gemeinde-Gottesdienste Theil zu nehmen.

Die von des Königs Majestät angeordnete patriotische Feier des 17. März als des Gedenktages der glorreichen Erhebung der Nation im Jahre 1813 wurde seitens der Anstalt durch einen öffentlichen Schulact begangen. Der Eröffnung der nach dem Morgen-Gottesdienste früh 8½ Uhr beginnenden Feier durch den Chorgesang: „Du bist's, dem Ruhm und Ehre gebührt“, von J. Haydn, folgte der einleitende Vortrag eines Secundaners: „Borussia“, von C. Stäger, woran sich Declamationen patriotischer Gedichte von E. M. Arndt, M. von Schenkendorf und Th. Körner durch Schüler der unteren und mittleren Klassen schlossen. Dem Gesange: „Gebet während der Schlacht“, von Th. Körner, componirt von Himmel, folgte demnächst der Vortrag eines Secundaners: „Das Leben Blüchers, nach Buchner“, und der eines Primaners über den Ausspruch Fichtes: „Nicht die Gewalt der Arme, sondern die Kraft des Gemüthes ist es, welche Siege erkämpft“. Die Festrede, welcher abermals ein Gesang: „Was ist des Deutschen Vaterland von E. M. Arndt in der Composition von G. Reichardt, voranging, hielt der Director. Derselbe, von dem Wahlspruche: „Mit Gott für König und Vaterland“ ausgehend, bezeichnete nach kurzem Rückblick auf die Thaten Friedrichs des Groszen und den im Jahre 1763 errungenen Frieden zunächst den Grund und Boden, auf welchem Preuszens Erhebung erwachsen, schilderte nach Mittheilung des Aufrufes: „An mein Volk“ die Wirkung desselben in der begeisterten Erhebung der Nation selbst nebst den daraus hervorgegangenen Erfolgen bis zum zweiten Pariser Frieden und knüpfte daran nach einer angelegentlichen Ermahnung an die Schüler, sich als würdige Nachkommen der heldenmüthigen Kämpfer jener groszen Zeit, unter allen Verhältnissen besonders in Liebe und Treue zu dem angestammten Könige, zu erweisen, Segenswünsche für das preuszische Volk und das erhabene Königshaus der Hohenzollern. Der Psalm: „Der Herr ist mein Hirt“, comp. von B. Klein, wie die übrigen Gesänge, unter der Leitung des Gesanglehrers Kothe von dem Gymnasial-Sängerchor ausgeführt, schlosz die Feier. Die Anstalt hatte bei derselben einer zahlreichen Theilnahme sich zu erfreuen, und insbesondere beehrte auch der Königliche Regierungs-

Präsident Herr Dr. von Viebahn, sowie viele Mitglieder der Behörden, dieselbe mit ihrer Gegenwart.

Das durch das Königliche Provincial-Schul-Collegium der Anstalt zugegangene Bilderwerk (s. Verordnungen etc. S. 33) wurde nach Conferenz-Beschlusz dem Ober-Primaner Paul Ulfig verliehen.

Zur Vorfeier des Allerhöchsten Geburtsfestes Sr. Majestät des Königs versammelten sich am 21. März Nachmittags $3^1/_2$ Uhr Lehrer und Schüler der Anstalt im Prüfungs-Saale derselben. Nach zwei kürzeren Vorträgen von Schülern der oberen Klassen hielt der Oberlehrer Dr. Ochmann die Festrede, deren Gegenstand „Das Loos des Königs“ war. Dieselbe schlosz mit innigen Segenswünschen für unsern allergnädigsten König Wilhelm I. Mit dem Vortrage der Nationalhymne durch den Gymnasial-Sängerchor endete die gesammte Feier. Derselben beizuwohnen beehrte die Anstalt ebenfalls der Herr Präsident nebst mehreren Mitgliedern der Königlichen Regierung und anderer Behörden.

Dem feierlichen am 22. März als dem Geburstage Sr. Majestät des Königs selbst von dem Religionslehrer Huss in der Gymnasialkirche celebrirten Hochamte mit Te Deum und Salvum fac regem wohnten Lehrer und Schüler bei, soweit diese nicht in Rücksicht auf ihre Confession an dem Gottesdienste ihrer Gemeinde Theil zu nehmen gehalten waren.

Am 22. April wurde für den am 19. März in Gleiwitz verstorbenen Gymnasial-Director a. D. Dr. Kabath ein feierliches Seelen-Amt gehalten, welchem Lehrer und Schüler beiwohnten.

Der Gesundheitszustand unter den Schülern war im Allgemeinen ein günstiger. Doch verlor die Anstalt einen durch Führung, Fleisz und Leistungen die günstigsten Hoffnungen erregenden Schüler, den Ober-Tertianer Bernhard Preysz aus Cosel, am 5. Februar nach zweiwöchentlichen schweren Leiden am Unterleibs-Typhus. Seine irdischen Ueberreste begleiteten Lehrer und Schüler am 7. Februar zu ihrer Ruhestätte.

Zeit und Dauer der Ferien entsprachen genau den desfallsigen höheren Bestimmungen. Der Unterricht, unmittelbar nach Ablauf der sechswöchentlichen Ferien begonnen, war demnach an Weihnachten vom 23. December bis 3. Januar, an Ostern vom 1. bis 14. April und an Pfingsten vom 23. bis 28. Mai ausgesetzt.

Gemeinsame Spaziergänge unter Leitung der Lehrer wurden am 9. October nach Czarnowanz und am 19. Mai nach Dambrau unternommen und zu diesem Zwecke in ersterem Falle die Nachmittagsstunden, in letzterem die des ganzen Schultages freigegeben.

IIII. Statistik des Gymnasiums.

A. Frequenz.

Die Zahl der Schüler betrug im Winter-Semester nach der Inscription von 80 neu aufgenommenen in . . . .

	I.	II.	III.A.	III.B.	IIII.1.	IIII.2.	V.1.	V.2.	VI.	Summa.
	34	56	54	51	40	40	30	31	78	414,
im Sommer-Semester	27	56	52	47	35	35	28	30	77	387.

Unter der Gesammt-Frequenz befanden sich der Confession, beziehungsweise der Religion nach im Sommer-Semester: 229 katholische, 141 evangelische und 44 jüdische,
im Winter-Semester: 213 „ 130 „ „ 44 „ Schüler.

Die Vorschul-Klasse zählte
im Winter-Semester: 30 Schüler, darunter 14 katholische, 8 evangelische und 8 jüdische,
im Sommer-Semester: 34 „ „ 14 „ 11 „ „ 9 „

Abiturienten-Prüfung fand am Oster- und am Michaelis-Termine statt, beide Male unter dem Vorsitze des Königlichen Regierungs- und Schulraths Herrn Dr. Stieve.

Am Oster-Termine unterzogen sich derselben 7 Schüler der Anstalt, von welchen folgende 6 das Zeugnisz der Reife sich erwarben:

1. Paul Kublick, Primaner im 7. Sem., aus Zuzella, Kreis Oppeln,
2. Robert Mattern, Primaner im 7. Sem., aus Rosenberg,
3. Bruno Rosemann, Primaner im 5. Sem., aus Creutzburg,
4. Carl Weber, Primaner im 5. Sem., aus Oppeln,
5. Bernhard Baron von Welczeck*), Primaner im 5. Sem., aus Laband, Kreis Tost-Gleiwitz, und
6. Joseph Wotzka, Primaner im 5. Sem., aus Zlattnik, Kreis Oppeln, gebürtig.

Dieselben studiren: Kublick, Mattern, Weber und Wotzka katholische, Rosemann evangelische Theologie, B. v. Welczeck Rechts- und Cameralwissenschaft, sämmtlich in Breslau.

Am Michaelis-Termine waren 11 Schüler der Anstalt und 1 Extraneus angemeldet. Von den Ersteren trat nach der Anfertigung der schriftlichen Probearbeiten auf desfallsige an ihn, wie an einen zweiten, ergangene Abmahnung 1 zurück. Für reif wurden erklärt 9 von den Schülern und der Extraneus. Erstere sind:

1. Paul Dilla, Primaner im 6. Semester, aus Oppeln,
2. Hermann Hake, Primaner im 4. Semester, aus Creutzburg,
3. Carl Hampel, „ „ 4. „ „ Neustadt O/S.,
4. Hugo Koch, „ „ 4. „ „ Oppeln,
5. Friedrich Landau, „ „ 4. „ „ Sodow, Kreis Lublinitz,
6. Johann Piechatzek, „ „ 4. „ „ Chrzowitz, Kreis Oppeln,
7. Carl von Schmidt, „ „ 4. „ „ Schroda,
8. Heinrich Treeger, „ „ 8. „ „ Kochanowitz, Kreis Lublinitz, und
9. Paul Ulfig, „ „ 4. „ „ Lublinitz gebürtig.

Von ihnen sind gesonnen: Dilla, Piechatzek und Treeger Theologie, Landau und Ulfig Rechtswissenschaft, Hake Medicin, sämmtlich in Breslau, C. v. Schmidt Rechts- und Cameralwissenschaft in Berlin zu studiren, Hampel als Civil-Supernumerarius bei der Regierung einzutreten und Koch dem Baufache sich zu widmen.

---

*) War 7 Jahre Schüler des Gymnasiums zu Sagan, 1/2 Jahr des hiesigen.

B. Sammlungen des Gymnasiums.

A. Lehrer-Bibliothek. Durch Geschenke und durch Ankäufe von der etatsmäszigen Summe erhielt die Lehrer-Bibliothek im Schuljahre 1862—63 einen Zuwachs von 30 Werken in 70 Bänden, welcher mit dem vorjährigen Bestande die Gesammtzahl von 3802 Werken in 8196 Bänden ergiebt, wozu nunmehr kommt die neu catalogisirte theologische Bibliothek mit 560 Werken in 1048 Bänden. Der Güte des Königlichen Ministeriums der geistlichen, Unterrichts- und Medicinal-Angelegenheiten verdankt die Anstalt folgende Geschenke in je einem Exemplare: Hesych. Alexandr. Lex. post Joann. Albert. recens. Maurit. Schmidt, Vol. IIII. Fasc. 5—7. — Codex Pomeraniae diplomaticus, herausg. von Hasselbach und Kosegarten, 6. Lief., beide durch Vermittelung des Königlichen Provincial-Schul-Collegiums in Breslau. Auszerdem wendete der Anstalt der hiesige Magistrat gütigst in 1 Exemplare zu: Geschichte der Stadt Oppeln, von Franz Idzikowski, sowie die Buchhandlung F. Hirt in Breslau: Deutsches Lesebuch, von R. Auras und G. Gnerlich, 6. verb. und verm. Aufl. — Deutsches Lesebuch für das mittl. Kindesalter, von K. Seltzsam und L. Seltzam, 4. verb. und verm. Aufl. — Kleine Schulgeographie, von E. v. Seydlitz. — S. Schillings Grundrisz der Naturgeschichte. Kleinere Ausg. 8. verm. und verb. Aufl. — Die Elementar-Mathematik, für den Schulunterricht bearb. von Dr. L. Kambly, 4. Th., Stereometrie, 3. verb. und verm. Aufl.

Unter den zum Theil auf antiquarischem Wege angeschafften Werken sind folgende zu erwähnen: Goedeke, Grundrisz zur Geschichte der deutschen Dichtung. — Hagen, Max v. Schenkendorfs Leben. — Uhland, Dramatische Dichtungen. — Gruppe, die römische Elegie. — Müller, Ovidii carmina amatoria. — Dissen, Tibulli carmina. — Bähr, Herodoti Musae. — Roettger: Wörterbuch der Deutschen und Englischen Sprache. — Miles Bland, Algebraische Aufgaben. — Emsmann: a) Physikalische Vorschule, b) Leitfaden zu der physikalischen Vorschule, c) Physikalische Aufgaben, d) Elemente der Physik. — Spiller, Grundrisz der Physik. — Friedländer, Darstellungen aus der Sittengeschichte Roms. — Ferd. Schmidt, Preuszens Geschichte in Wort und Bild. — Tempelhof, Geschichte des siebenjährigen Krieges. — Idzikowski, Geschichte der Stadt Oppeln. — Bach, G. Th. von Hippel. — G. A. v. Kloeden, Handbuch der Erdkunde. — E. v. Sydow, Handbuch der allgemeinen Geographie. — Wimmer, Flora von Schlesien.

B. Jugend-Bibliothek. Theils durch Geschenke, theils durch Ankäufe von der etatsmäszigen Summe wurde die Jugend-Bibliothek um 104 Werke in 133 Bänden und dadurch bis zu der gegenwärtigen Gesammtzahl von 1830 Werken in 3176 Bänden vermehrt.

An Geschenken erhielt dieselbe von der hiesigen Buchhandlung Wilh. Clar: Schmitz: a) das Niedergehen des Mondes, b) Natur-Astronomie, c) Allgemeine Naturkunde, d) Natur-Astronomie für jeden gesunden Menschenverstand, e) der kleine Kosmos, f) die Religion und die Naturforschung, g) das Geheimnisz der Farben; — von der Buchhandlung F. E. C. Leuckart in Breslau: Enger, Elementar-Grammatik der griechischen Sprache, 2. Aufl. — Fiedler, die Mineralien Schlesiens.

Aus den etatsmäszigen Mitteln der Anstalt wurden zum Theil auf antiquarischem Wege unter anderen folgende Werke angeschafft: Schaefer, Goethe's Gedichte. — Rochholz, Deutsche Arbeits-Entwürfe. — Buchner, Deutsche Ehrenhalle. — Schwab, die deutschen Volksbücher. — Bothe, Horatii Flacci Eclogae. — Georges, Deutsch-Latein. Lexicon (5 Ex.). — Schultz, Synonymik (5 Ex.). — Kühner, Schulgrammatik der lat. Sprache. — Stüber und Reinhard, Caesar De bello Gallico. — Benseler, Griechisch-Deutsches Wörterbuch (5 Ex.). — Rehdantz, Demosthenes 12 philippische Reden. — Thibaut, Nouveau Dictionnaire (5 Ex.). — Schrader, Friedrich der Grosze. — Reiser, Charakter-Bilder aus der preuszischen Geschichte. — Schmidt-Weiszenfels, Scharnhorst. — Oppel, Das Wunderland der Pyramiden. — Grosse und Otto, Vor fünfzig Jahren. — Koerner, Die Natur im Dienste des Menschen. — Masius, Die Thierwelt. — Hartwig: a) Die Unterwelt, b) Das Leben des Meeres, c) Der hohe Norden. — Stieler, Orbis antiquus (10 Ex.). — Brandes, Ausflug nach Griechenland. — Von Reinsberg-Düringsfeld, Das festliche Jahr. — Baessler, Hellenischer Heldensaal. — Weisser, Lebensbilder aus dem klassischen Alterthum.

Die übrigen zum Unterrichte nöthigen Sammlungen wurden ebenfalls von den etatsmäszigen Mitteln dem Bedürfnisse entsprechend vermehrt. Insbesondere erfolgte für den physikalischen Apparat die Anschaffung einer hydraulischen Presse und des Modells einer Locomotive, sowie für die Landkarten-Sammlung der Ankauf der topographisch-statistischen Karte des Regierungs-Bezirks Oppeln von E. v. Rappard.

Für die naturhistorische Sammlung schenkte der Anstalt ein ehemaliger Schüler derselben, Herr J. Moeser, Priester S. J., gegen 30 Stück theils aus Australien, theils von der Insel St. Helena von ihm selbst mitgebrachter Mineralien und Muscheln seltener Art. Für dieses, sowie für alle dem Gymnasium gütigst zugewendeten Geschenke möge auch hier vergönnt sein, den verbindlichsten Dank auszusprechen.

C. Unterstützungen armer Schüler.

Aus der zur Vertheilung gekommenen Stipendien-Summe von 236 Thlrn. empfingen 15 arme durch Führung, Fleisz und Leistungen würdige und zugleich bedürftige Schüler Unterstützungen in dem Betrage von mindestens 10 Thalern, unter ihnen der Stiftung gemäsz in Folge Verleihung durch den Director die Zinsen des Schnaubeltschen Legats mit jährlich 17 Thlr. 15 Sgr. ein Aspirant des Studiums der katholischen Theologie, sowie die von der Stiftung „der Freunde" mit jährlich 4 Thlrn. ein Schüler jüdischen Glaubens.

Die „Prämie" von den Zinsen der „Alkerschen Stiftung" erhielt nach Conferenz-Beschlusz ein Ober-Primaner.

Die von dem Hochseligen Cardinal von Diepenbrock für utraquistische voraussichtlich dem Studium der katholischen Theologie sich widmende Gymnasiasten gestifteten Stipendien wurden von dem Herrn Fürstbischof von Breslau auf desfallsigen Vorschlag des Directors und Religionslehrers fünf Schülern der beiden obersten Klassen in dem jährlichen Gesammtbetrage von 75 Thlr. verliehen.

D. Tabellarische Uebersicht der statistischen Verhältnisse des Gymnasiums
im Schuljahre 1862-63.

I. Lehrer und Zahl ihrer wöchentlichen Stunden nebst Ordinariat.

Director Dr. Stinner, 14 St., Ordin. in I.
Oberl. Dr. Ochmann, 19 St., Ordin. in II.
Oberl. Dr. Kayszler, 19 St., Ordin. in III. B.
Religionsl. u. Oberl. Huss, 18 St.
Gymnasiall. Dr. Wagner, v. Ost. 19, n. Ost. 21 St.
Oberl. Peschke, 20 St.
Gymnasiall. Habler, bis Ost. 22 St., Ord. in VI.
Gymnasiall. Dr. Wahner, Hauptm., 21 St., Ordin. in V. 1.
Gymnasiall. Roehr, 24 St., Ordin. in V. 2.
Collabor. Dr. Wentzel, 20 St., Ordin. in III. A.
Collabor. Ziron, 21 St., Ordin. in IV. 1.
Pred. Lic. Dr. Kleinert, 10 St.
Cand. Langner, 24 St., Ordin. in IV. 2.
Cand. Dr. Taube, v. Ost. ab 20 St., Ordin. in VI.
Ob.-Capl. Wrzodek, 4 St.
Zeichnen- u. Schreiblehrer Buffa, 14 St.
Gesangl. Kothe, 6 St.
Turnl. Hielscher, 4 St.

II. Allgemeiner Lehrplan.

Unterrichts-Gegenstände	I.	II.	III. A.	III. B.	IV. 1.	IV. 2.	V. 1.	V. 2.	VI.	Summa.
Religionslehre kathol.	2	2	2	2	2	2	3	3	3	14
Religionslehre evang.	(2	2	2	2	2	2	2	2	2)	10
Deutsch	3	2	2	2	2	2	2	2	3	20
Latein	8	10	10	10	10	10	10	10	10	88
Griechisch	6	6	6	6	6	6	—	—	—	36
Französisch	2	2	2	2	2	2	3	3	—	16
Hebräisch	(2	2)	—	—	—	—	—	—	—	4
Polnisch	(1	1	2	2)	—	—	—	—	—	4
Geschichte u. Geogr.	3	3	3	3	3	3	3	3	3	27
Mathematik u. Rechnen	4	4	3	3	3	3	4	4	4	29
Physik	2	1	—	—	—	—	—	—	—	3
Naturkunde	—	—	2	2	—	—	—	—	—	4
Zeichnen	(1	1	1	1	2	2	2	2	2)	8
Schönschreiben	—	—	—	—	—	—	3	3	3	6
Singen	—	—	(1	1	1	1	1	1	2)	6
	(1	1	1	1	1	1	1	1	1)	
Turnen	(4	4	4	4	4	4	4	4	4)	4
Summa	30	30	30	30	30	30	30	30	28	279

Die in Klammern eingeschlossenen Zahlen bezeichnen nicht oder nur beziehungsweise obligatorische Stunden und sind daher in der Summe der Horizontal-Colonnen nicht eingerechnet.

III. Zahl, Abgang und Zutritt von Schülern.

in	Frequenz im Winter-Sem.	Abgang im Winter-Sem.	Zug. im Sommer-Sem.	Frequenz im Somm.-Sem.	Abiturienten als reif entlassen: Ost.	Mich.
I.	34	7	—	27	6	9
II.	56	2	2	56		
III. A.	54	6	4	52		
III. B.	51	4	—	47		
IV. 1.	40	5	—	35		
IV. 2.	40	6	1	35		
V. 1.	30	3	1	28		
V. 2.	31	1	—	30		
VI.	78	4	3	77		
Sa.	414	38	11	387		

E. Ordnung der öffentlichen Prüfung.

Donnerstag, den 13. August.

Vormittags.

Von 8—10 Uhr: Sexta und Quinta.

Von 10—12 Uhr: Quarta und Tertia.

Nachmittags.

Von 2—5 Uhr: Secunda und Prima.

Die Probezeichnungen werden an demselben Tage von 4—6 Uhr in der Zeichnenklasse zur Ansicht vorliegen.

Freitag, den 14. August.

Von 9 Uhr ab, nach dem feierlichen Morgengottesdienste,

Schlußfeierlichkeit:

Gesang: „Die Himmel rühmen des Ewigen Ehre", von Beethoven.

Vorträge von Schülern aus Sexta, Quinta, Quarta und Tertia.

Friedrich Meyer: „Im Walde", von J. v. Eichendorff. — Franz Beutner: „Der Schneiderjunge von Krippstedt", von A. Kopisch.

Paul Langer: „Die drei Zigeuner", von N. Lenau. — Georg Jorbandt: „Schlosz Lichtenstein", von G. Schwab. — Paul Rother: „Elisabeth's Rosen", von W. Gerhard.

Hermann Geida: „Der Rettig", von Castelli. — Rudolph Marx: „Der arme Schiffer", von L. Uhland.

Eduard Preysz: „Der blinde König", von L. Uhland. — Emanuel Schottländer: „Sehnsucht", von Schiller. — Gustav Meyer: „Karl XII. und der Pommersche Bauer Müsebäk", von W. Meinhold. — Hermann Hoffmann: „Frobens Aufopferung", von J. Minding.

Gesang: „Holder Friede", Solo und Chor aus der „Glocke" von Romberg.

Vorträge von Secundanern:

Gustav Munscheid: „Das eleusinische Fest", von Schiller. — Hermann von Viebahn: „Graf Eberhard der Rauschebart", von L. Uhland.

Reden, von den Vortragenden selbst ausgearbeitet.

Carl Hampel, Abit.: Influence des croisades sur l'Europe.

Paul Ulfig, Abit.: Eloquentia cur maxime apud Athenienses floruerit.

Hugo Koch, Abit.: „Ein edler Mensch kann einem engen Kreise
Nicht seine Bildung danken." Goethe. (Abschiedsrede.)

Max Eckardt: „Nicht der ist auf der Welt verwaist,
Dem Vater und Mutter gestorben,
Sondern der für Herz und Geist
Keine Liebe und kein Wissen erworben.“ Rückert.
(Erwiderung auf die Abschiedsrede.)

Gesang: „Alleluja“, Chor aus „Messias“ von Händel.

Entlassung der Abiturienten und Bekanntmachung der Versetzung.

Der Termin für die Prüfung der Schüler der Vorschul-Klasse wird seiner Zeit besonders bekannt gemacht werden.

Das neue Schuljahr beginnt den 26. September. Für dasselbe erfolgt die Aufnahme am 24. und 25. September. Erforderlich ist Behufs derselben auszer einem Zeugnisse über den bisher genossenen Unterricht ein Taufzeugnisz und ein Impfattest.

Director **Dr. Stinner.**