



Regionalny Zespół
Placówek Wsparcia
Edukacji

KRYSTYNA DĄBEK

Zanim wejdiesz do klasy i zaczniesz zajęcia
EDUKACJA MATEMATYCZNA W KLASACH
I-III SZKOŁY PODSTAWOWEJ

Wydawca:

Regionalny Zespół Placówek Wsparcia Edukacji w Opolu

PROJEKT OKŁADKI

Jacek Dąbek

KOREKTA

Izabela Kukła –Naskręt

ISBN:

978-83-63503-90-1

© Copyright by Regionalny Zespół Placówek Wsparcia Edukacji

Projekt graficzny i skład, druk i oprawa:

druk-24h.com.pl
DRUKARNIA CYFROWA

Białystok, ul. Zwycięstwa 10

tel. 85 653-78-04

e-mail: biuro@partnerpoligrafia.pl

Opole, kwiecień 2017

Szanowni Państwo,

Oddajemy w Państwa ręce nowoczesny poradnik dla nauczyciela rozpoczynającego pracę, a zarazem poszukującego nowoczesnego i innowacyjnego podejścia do edukacji najmłodszych uczniów. Książka **„Zanim wejdiesz do klasy i zaczniesz zajęcia. EDUKACJA MATEMATYCZNA W KLASACH I-III SZKOŁY PODSTAWOWEJ”** jest pozycją metodyczną przygotowaną przez Regionalny Zespół Placówek Wsparcia Edukacji napisaną przez Panią Krystynę Dąbek nauczyciela konsultanta w Regionalnym Centrum Rozwoju Edukacji. Pozycja niezwykle interesującą, napisana fachowym i przyjaznym dla czytelnika językiem i w moje ocenie niezbędna w biblioteczce metodycznej nauczyciela.

Każdy poszukujący nauczyciel, znajdzie w niej odpowiedź jak pracować z uczniem, aby praca była efektywna oraz jak z satysfakcją prowadzić zajęcia.

Oddając tę pozycję do Państwa rąk kontynuujemy realizację Programu Regionalnych i Lokalnych Szkół Ćwiczeń.

Lesław Tomczak

Spis treści

Wstęp	6
1. Koncepcje realizacji kształcenia zintegrowanego	9
1.1. Przegląd koncepcji kształcenia zintegrowanego	11
1.2. Płaszczyzny integracji	15
1.3. Istota kształcenia zintegrowanego	16
2. Cele i zadania edukacji zintegrowanej	19
2.1. Cele edukacji wczesnoszkolnej zawarte w podstawie programowej	22
3. Podstawa programowa a program nauczania	25
3.1. Podstawa programowa	26
3.2. Program nauczania	26
4. Cele kształcenia matematycznego w edukacji wczesnoszkolnej	28
5. Treści nauczania edukacji matematycznej - wykaz wiadomości i umiejętności ucznia kończącego klasę III szkoły podstawowej	31
6. Zadania i sytuacje zadaniowe w nauczaniu matematyki	35
6.1. Klasyfikacja zadań	37
6.2. Zadania zintegrowane w edukacji matematycznej	43
6.3. Zadania tekstowe	45
7. Aktywność poznawcza	47
7.1. Aktywność własna	48
8. Aktywność matematyczna	50
9. Myślenie matematyczne dziecka	53
9.1. Osiągnięcia rozwojowe dzieci w młodszym wieku szkolnym	56
10. Planowanie pracy dydaktycznej w edukacji matematycznej uczniów klas młodszych	58
11. Bibliografia	75

Wstęp

Jesteś młodym nauczycielem, skończyłeś studia, za chwilę staniesz w klasie przed dziećmi, zaczniesz swoje pierwsze, zupełnie samodzielnie zaplanowane i poprowadzone zajęcia. W głowie masz ich zarys, wiesz do czego zmierzasz, co chcesz osiągnąć, cieszysz się, że wreszcie możesz być **NAUCZYCIELEM**, ale... Właśnie jest małe „ale”, trochę się boisz, czy wszystko się uda, czy przewidziałeś wszystkie możliwe warianty, czy dzieci będą chciały współtworzyć proces edukacyjny, czy osiągniesz założone cele, czy najzwyczajniej, tak po prostu, dasz radę.

Zanim staniesz przed dziećmi, uporządkuj wiedzę, odpowiedz sobie na pytania: *Po co tutaj jestem? Po co uczyć? Co mogę zaoferować uczniom? W jaki sposób mam nauczać i uczyć uczenia się?* Kiedy będziesz znał odpowiedzi, wejdź do klasy, powiedz *dzień dobry*, schyl się nad dzieckiem i daj z siebie wszystko! Pamiętaj jednak, iż „niezależnie od tego, ile nauczyciel ma lat, jak długo jest nauczycielem, jakie jest jego merytoryczne przygotowanie do bycia nauczycielem (...) oczekuje się od niego wprowadzania uczniów w zmieniający się świat z niezbędnymi ku temu kompetencjami, wymaga się od niego pracy nad kompetencjami kluczowymi (cokolwiek to znaczy), przygotowania uczniów do radzenia sobie w świecie coraz bardziej zmieniającym się, otwierającym na nowe obszary, coraz bardziej mobilnym i coraz trudniejszym do przewidzenia”¹. Współczesny wizerunek psychospołeczny ucznia wymaga kreowania nowej jakości nauczyciela, niepokornego, poszukującego, twórczego, krytycznego. Nauczyciela innowatora. TY na pewno jesteś właśnie takim nauczycielem, więc do dzieła, zaczynaj i nie zatrzymuj się. Zadbaj o prawidłowe kształcenie dzieci, przestrzegaj paradygmatów edukacji, dąż do tego, co dzisiaj jest przed Tobą, a jutro może być w Twoim zasięgu (Twoim i Twojego ucznia). Nie stój w miejscu, rozwijaj się!

Jeżeli masz wątpliwości, czujesz się niepewnie, nie wiesz, jak zacząć, szukasz wskazówek, chcesz uporządkować wiedzę, zajrzyj do tej książki.

ZAPRASZAM ☺

¹ A. I. Brzezińska, Nauczyciel jako organizator społecznego środowiska uczenia się, [w]: Rozwijanie zdolności uczenia się. Wybrane, konteksty i problemy, pod red. E. Filipiak, Bydgoszcz 2008

Pamiętaj, w klasach niższych I-III szkoły podstawowej, przyjętą formą realizacji procesu nauczania jest forma **KSZTAŁCENIA ZINTEGROWANEGO**. Nie myl tego pojęcia z organizacyjnymi formami nauczania (formami organizacji działalności poznawczej uczniów).

Kształcenie zintegrowane to dla Twojego ucznia optymalny model nauczania. Model ten dostosowuje treści i organizację procesu kształcenia do właściwości rozwojowych i indywidualnych uczniów, opiera się na różnych formach aktywności dzieci, co ma odniesienie w płaszczyznach integracji: treściowej, wychowawczej, metodycznej i organizacyjnej [R. Więckowski, 1999].

„Integracja pozwala w toku określonych czynności dydaktycznych opisywać rozmaite elementy rzeczywistości z punktu widzenia różnych dyscyplin w tym samym czasie, ukazywać podobieństwa, różnice, związki i zależności między przedmiotami i zjawiskami (...) prezentować scalony obraz świata”², uczeń ma od razu dostęp do wielu obszarów wiedzy, dokonuje w nie wglądu, uruchamia struktury poznawcze, rozwija procesy myślowe.

Realizując założenia kształcenia zintegrowanego, kieruj się ideą L.S. Wygotskiego głoszącą, że „tylko takie nauczanie jest dobre, które wyprzedza rozwój”³, więc nie hamuj dzieci w dążeniu do poznania tego co nowe i nieznane, nie wstrzymuj ich naturalnej ciekawości świata, pozwól działać, zadawać pytania, eksplorować. **Zapamiętaj**, nauczanie stymulujące nie tyle opiera się na zakończonych fazach rozwojowych (na tym, co dziecko już potrafi, umie, wykonuje samodzielnie), ile na dopiero dojrzewających funkcjach psychicznych (na tym, co dziecko jest w stanie zrobić, osiągnąć dzisiaj, jutro, za miesiąc), których rozwój w procesie nauczania może zostać przyspieszony [S. Juszczak, 2011]. Co to znaczy w praktyce? Nic innego jak to, że na bazie dojrzałych funkcji, samodzielności dziecka, rozwijać należy funkcje dojrzewające, czyli to, co dziecko może zrobić w sposób przemyślany i celowy, współpracując z innymi, korzystając z własnej wiedzy i umiejętności oraz tego, co zaoferuje mu środowisko, w tym również **Ty**.

² S. Frycie, Integracja w nauczaniu, Życie Szkoły, 1993/4

³ L.S. Wygotski, Myślenie i mowa. Warszawa, PWN 1989; IDEM: Sobranie sochinienii. T. 1: Voprosy teorii i istorii psikhologii. Moskwa, Mir 1982; The Collected Works of L.S. Vygotksy. Vol. 1: Problems of General Psychology. Including the Volume: Thinking and Speech. New York, Plenum 1987

To właśnie **Ty** od tej chwili będziesz planował i poszukiwał optymalnych rozwiązań organizacyjno - metodycznych, których celem nadrzędnym będzie rozwój dziecka. Korzystaj z tego, co dzieci już potrafią, nie otwieraj już otwartych drzwi, traktuj ich wyjściowe umiejętności jako fundament, na którym zbudujesz ich przyszłość. POWODZENIA ☺

1. Koncepcje realizacji kształcenia zintegrowanego

Kształcenie zintegrowane pojmowane jako strategia zmian rozwojowych dziecka jest złożonym modelem edukacji zintegrowanej (...), który można ująć jako egzemplifikację konstruktywistycznego paradygmatu nauczania [R. Michalak, 2004]. Kształcenie zintegrowane ułatwia dostosowanie działań pedagogicznych do potrzeb rozwojowych poszczególnych uczniów [M. Żytko 2002].

Pojęciem, które wiąże się z *kształceniem zintegrowanym*, jest *integracja*. Jej różnorodna interpretacja odnajduje swoje odbicie w wielości form kształcenia zintegrowanego realizowanych w szkołach. Aby w pełni zinterpretować *integrację* w edukacji, należy rozpatrywać ją w perspektywie pedagogicznej i psychologicznej. W perspektywie pedagogicznej *integracja* wiąże się z programem kształcenia, relacjami uczeń-nauczyciel oraz ocenianiem, zaś w perspektywie psychologicznej z integracją wiedzy własnej z wiedzą pochodzącą z przekazu społecznego.

„Integracja w edukacji to alternatywny, w stosunku do modelu przedmiotowego, sposób myślenia o praktyce edukacyjnej i zasadach jej organizacji i działania. W wyniku tej edukacji w świadomości uczniów ma powstać zintegrowany system wiedzy, umiejętności i wartości. W toku edukacji uczeń aktywnie zdobywa, konstruuje wiedzę, a nie otrzymuje jej w gotowej postaci od nauczyciela. Każde dziecko realizuje w szkole swoją indywidualną drogę rozwoju. Kształcenie zintegrowane ułatwia dostosowanie działań pedagogicznych do potrzeb rozwojowych poszczególnych uczniów”⁴.

Integracja to „swoiste zespolenie się, tworzenie całości z części. W aspekcie pedagogicznym integracja to sposób nauczania mający na celu pokazywanie związków między wszystkimi kierunkami czy zakresami edukacji oraz ukazywanie nauki jako całości. Tak więc integracja to łączenie elementów w całość, ale ta całość nie jest sumą elementów, ale jest nową jakością”⁵, ta

⁴ M. Żytko, Kształcenie zintegrowane. Problemy teorii i praktyki, Wydawnictwo Żak, Warszawa, 2002

⁵ R. Więckowski, Geneza współczesnej koncepcji integracji edukacji wczesnoszkolnej, Ruch Pedagogiczny, 1 – 2/1999

nowa jakość to zmiana funkcjonowania psychicznego dziecka i jego aktywności, zarówno fizycznej jak i społecznej.

Integracja w edukacji początkowej „to propozycja pracy z dzieckiem, zorientowana na dziecko jako podmiot i indywidualność”⁶, każde dziecko jako zbiór indywidualnych i niepowtarzalnych cech staje się punktem odniesienia dla planowanego procesu edukacyjnego. Aby działania pozwalały osiągnąć zamierzone cele i prowadziły do rozwoju, między uczestnikami procesu edukacyjnego musie istnieć bardzo dobra współpraca.

Inny poziom integracji, na który warto zwrócić uwagę, to jednolitość procesu dydaktycznego i wychowawczego rozumianego jako „proces równoległej realizacji zespolonych ze sobą celów wychowawczych i dydaktycznych”⁷, integracja tak rozumiana pozwala na jednoczesne osiągnięcie celów w dwóch sferach poprzez odpowiedni dobór treści i wybór sposobu ich realizacji.

M. Cackowska wskazuje na paradygmaty (wzorce, modele) edukacji i pracy nauczyciela edukacji wczesnoszkolnej, to one w dużej mierze gwarantują sukces dziecka (pod warunkiem, że nauczyciel o nich nie zapomni). Te paradygmaty to:

1. Orientacja na uczniu (wielostronny, harmonijny rozwój).
2. Zastąpienie nauczania przedmiotowo-lekcyjnego różnymi formami nauki zintegrowanej, wykorzystanie wiedzy z różnych dziedzin, kształtowanie w dziecku scalonego obrazu świata.
3. Ograniczenie nauczania pośredniego opartego na podręcznikach i słownym przekazie wiedzy.
4. Opieranie się na aktywności i samodzielności uczniów, wiązaniu poznania z działaniem, stosowanie różnych metod aktywizujących, stymulujących, ekspresyjnych.
5. Dostosowanie procesu kształcenia do możliwości rozwojowych i intelektualnych ucznia, do ich potrzeb i zainteresowań.
6. Łączenie poznania z wychowywaniem, wdrażanie do współżycia, współdziałania, edukacja ma charakter otwarty, nakierowany na działania

⁶ E. Misiorna, Integracja w edukacji wczesnoszkolnej, Wojewódzki Ośrodek Metodyczny, Poznań, 1997

⁷ Ł. Muszyńska, Integralne wychowanie i nauczanie w klasach I-III, Warszawa- Poznań, 1974

w grupach, prospołeczny, ma wdrażać do aktywności społecznej, odpowiedzialności za siebie.

7. Zmiana klimatu w szkole, uczynienie z niej placówki przyjaznej dziecku, podmiotowe traktowanie ucznia [M. Cackowska, 1997].

Zauważ, że wymienione paradygmaty dotyczą nie tylko procesów myślowych zachodzących w dziecku, odnoszą się również do warunków, w których przychodzi mu się uczyć. To atmosfera towarzysząca uczeniu się, to przestrzeń edukacyjna, to również motywacja do podejmowania różnorodnych działań, to współpraca w grupie, to... myślę, że **Jesteś** w stanie wymienić jeszcze kilka czynników, których **Tobie** być może zabrakło w **Twojej** karierze szkolnej, a ze znaczenia których zdajesz sobie sprawę właśnie teraz, kiedy masz wejść do klasy.

Przedstawione paradygmaty są bardzo ważne w **Twojej** pracy, dokonując ich analizy, spójrz najpierw na każdy z osobna, następnie zrób krok do przodu (ten trudniejszy) i scal je. Teraz popatrz przez ich pryzmat, co widzisz? Salę lekcyjną, dzieci i siebie modelowo realizującego nauczanie/uczenie się. **GRATULUJĘ.**

1.1. Przegląd koncepcji kształcenia zintegrowanego

Wcześniej przedstawione pojęcie *integracji* ma szczególne znaczenie w kontekście edukacji małego dziecka, sposób jej interpretacji przez różnych pedagogów stał się bowiem wyznacznikiem wielu koncepcji kształcenia zintegrowanego.

Kształcenie zintegrowane jest różnie definiowane przez pedagogów. M. Kwiatkowska-Góralczyk uważa, iż kształcenie zintegrowane dotyczy działalności wielopłaszczyznowej i wielokierunkowej powiązanej z treściami, metodami nauczania-wychowania, organizacją procesu edukacyjnego, a także stworzeniem należytych warunków służących całościowemu rozwojowi dziecka, dbałości o jego potrzeby szkolne i pozaszkolne [M. Kwiatkowska-Góralczyk, 2005].

W ujęciu R. Więckowskiego kształcenie zintegrowane związane jest ze sposobem nauczania pokazującym związki między poszczególnymi elementami otaczającej rzeczywistości i ukazaniu jej jako całości. M. Żytko zwraca

z kolei uwagę na walory realizacji procesu nauczania w formie kształcenia zintegrowanego, które umożliwia indywidualizację, aktywne i samodzielne zdobywanie wiedzy i umiejętności oraz twórcze działanie ucznia.

Zajęcia kształcenia zintegrowanego mogą być realizowane wg różnych koncepcji. Każda ukazuje specyficzne, odmienne podejście do zajęć wynikające z ich konstrukcji oraz wytyczonego celu. Różnice między poszczególnymi koncepcjami dotyczą działalności wielopłaszczyznowej i wielokierunkowej powiązanej z treściami, metodami nauczania-wychowania, organizacją procesu edukacyjnego, a także stworzeniem należytych warunków służących całościowemu rozwojowi dziecka (dbałość o jego potrzeby szkolne i pozaszkolne).

Oto krótkie zestawienie rodzajów edukacji zintegrowanej [J. Gnitecki, 2001]:

Rodzaj edukacji zintegrowanej	Wskaźniki
Edukacja zintegrowana (pojmowana jako nauczanie łączne, K. Linke)	– nauczanie łączne skoncentrowane wokół treści kształcenia; – czerpanie materiału nauczania z bezpośredniego otoczenia i życia dziecka; – organizacja materiału w „kręgach życia” i „kręgach rzeczy”; – poznanie „kręgów życia” pozwala na wyodrębnienie w nich „kręgów rzeczy”.
Nauczanie łączne (J.A. Maćkowiakowie)	– podmiotowe ujęcie treści w programach, z zastosowaniem racjonalnej korelacji; – aktywizacja ucznia oparta na wielostronnej więzi z życiem; – nauczanie całościowe, bez podziału na przedmioty nauczania; – skoncentrowanie treści wokół zagadnień tematycznych, wynikających z potrzeb, zainteresowań i przeżyć dzieci; – całościowe, wielostronne poznanie poszczególnych odcinków rzeczywistości.

Rodzaj edukacji zintegrowanej	Wskaźniki
Edukacja zintegrowana jako tworzenie układu problemowo-kompleksowego (B. Suchodolski)	– kompleksowe łączenie wiedzy z różnych dziedzin nauki; – problemowo-kompleksowy układ materiału nauczania; – działalność poznawcza uczniów opiera się na problemach, których rozwiązanie wymaga posłużenia się wiedzą z różnych dziedzin.
Edukacja zintegrowana z uwzględnieniem rozwoju cech kierunkowych i instrumentalnych (Ł. Muszyńska)	– wychowanie i nauczanie to jednolity proces równoległej realizacji zespolonych ze sobą celów wychowawczych i dydaktycznych; – łączne ujmowanie celów nauczania oraz wychowanie poprzez koncentrację wokół osnów zintegrowanych jednostek tematycznych; – tworzenie jednolitych, integralnych ciągów sytuacyjnych dla działań i przeżyć dzieci; – różnorodność form, konsekwentne i naprzemienne ich stosowanie.
Edukacja realizowana w cyklu pełnej i częściowej integracji	– cykl pełnej integracji na poziomie kl. 0 (oddział przedszkolny) -1 w postaci nauczania łącznego, cykl integracji wybiórczej na poziomie kl. 2-3, tworzącej tzw. nauczanie skorelowane; – niezależnie od cyklu integracji umożliwienie uczniowi kompleksowego opracowania zagadnień wyłanianych z różnych przedmiotów, rozpatrywanie faktów, zjawisk i problemów na tle szerszych całości.
Edukacja wskazująca na język jako czynnik integrujący (R. Więckowski)	– podstawą aktywności są własne doświadczenia dziecka, w tym także doświadczenia językowe; – nauczanie wielopoziomowe; – organizowanie warunków, aby dzieci mogły w różny sposób wyrażać siebie; – eksponowanie potrzeby tworzenia przez nauczyciela możliwości bogatego środowiska informacyjnego, wspierającego rozwój potrzeb i ciekawości poznawczej świata.

Rodzaj edukacji zintegrowanej	Wskaźniki
Edukacja wielowymiarowego kształcenia (W. Puślecki)	– pobudzanie aktywności ucznia i nauczyciela; – wprowadzenie dodatkowych wartości rozumianych jako podmiotowość (poszanowanie godności ucznia, wolności, bezpieczeństwa, nauka bez lęku, tolerancja, partner w dialogu, możliwość decydowania o procesie dydaktycznym – naturalne i humanistyczne prawa ludzkie), pełnomocność uczniów (najwyższe stadium podmiotowości, autonomiczność, uczeń sam reprezentuje swoje interesy, ma swoje zdanie i broni go, dba i szanuje prawa, odpowiada za własne postępowanie, powinien wpływać na planowanie, realizację i ewaluację planu dydaktycznego) i celowość (cele ogólne i szczegółowe).

Wśród wdrażanych w szkołach koncepcji kształcenia zintegrowanego pojawia się edukacja zintegrowana realizowana jako nauczanie łączne. Jest to kierunek dydaktyczny traktujący treści i metody pracy w klasach początkowych jako określone całości tematyczne, obejmujące różnorodne treści zgodne z tym, jak występują one w życiu, a nie jako odrębne przedmioty. Te złożone kompleksy treściowe stanowią roczne, miesięczne lub dzienne ośrodki nauczania [W. Okoń, 1990]. Treści zawarte są w ośrodkach tematycznych, które realizuje się poprzez dzienne ośrodki pracy. Korelacja w procesie nauczania polega na merytorycznym wiązaniu ze sobą treści różnych przedmiotów nauczania i tworzeniu układów integrujących w sobie treści tych przedmiotów [W. Okoń 1996].

Niezależnie od przyjętej koncepcji edukacji zintegrowanej każde zajęcie musi być powiązane z całokształtem pracy opartej na tematyce kompleksowej. Powinno prowadzić do realizacji celów ogólnych, które mogą być osiągnięte pod warunkiem świadomego dążenia nauczyciela do realizacji celów szczegółowych/operacyjnych [J. Karaczewska, 2009].

Jak się przekłada to na praktykę, codzienność szkolną? Otóż **Twoje** zadanie na tym etapie edukacji to wspieranie dziecka w jego rozwoju, pobudzanie jego ciekawości, aktywności, rozwijanie procesów poznawczych, stwarzanie ciekawych sytuacji dydaktycznych umożliwiających przekształcanie, eksplorowanie najbliższego otoczenia. Organizowanie odpowiednich sytuacji dydaktycznych będzie wymagać od **Ciebie** doboru właściwych zadań,

które wywołują w uczniu niepokój poznawczy i angażują w jego pokonanie różne sfery psychiki. Odpowiednio zaplanowana i zorganizowana sytuacja dydaktyczna uwzględnia kompetencje, styl uczenia się i rzeczywiste możliwości psychofizyczne ucznia. Ważnymi składowymi sytuacji dydaktycznej są rodzaje interakcji występujących w czasie zajęć. Oprócz interakcji nauczyciel - uczeń, uczeń - nauczyciel, równie ważna jest interakcja uczeń - uczeń. Podczas jej trwania uczniowie nie tylko współpracują ze sobą, ale również uczą się od siebie wzajemnie. Mają okazję do wymiany spostrzeżeń, doświadczeń, wspólnie dążą do celu, zaczynają zdawać sobie sprawę z doniosłości takich cech, jak odpowiedzialność i współodpowiedzialność za jakość wykonanego zadania, zdobywają umiejętność patrzenia na problem z różnych perspektyw (z perspektywy innych dzieci). Wszystkie te działania są integrowane omawianymi treściami, sposobami realizacji, ciągami sytuacyjnymi dla czynności oraz przeżyć dziecka, a opierają się na różnych formach aktywności prowadzących w konsekwencji do podejmowania zadań wymagających pokonania pewnych trudności, bardzo istotnych dla indywidualnego rozwoju dziecka.

Przygotowując się do zajęć, kieruj się ideą J. Walczyny i **PAMIĘTAJ**, iż istotą integracji stanowi scalanie, ułatwianie uczniom klas początkowych poznawania świata z różnych punktów widzenia, z zaangażowaniem wszystkich sfer osobowości: umysłowej, emocjonalno-motywacyjnej i działaniowej [J. Walczyna, 1968]. Współcześnie rozumiane kształcenie zintegrowane wymaga od **Ciebie** przemyślanego projektowania, przygotowania i realizowania procesu edukacyjnego, w którym połączysz treści z różnych dziedzin nauki oraz życia ze wszystkimi rodzajami aktywności dziecka.

1.2. Płaszczyzny integracji

Pedagodzy wyodrębniają kilka płaszczyzn integracji, wśród nich najczęściej pojawia się:

- a) integracja treści – scalenie, łączenie treści należących do programów różnych przedmiotów/rodzajów edukacji w logicznie powiązane struktury;
- b) integracja celów – łączne realizowanie celów dydaktycznych i wychowawczych oraz przenikanie się procesu nauczania i wychowania;
- c) integracja metodyczna - stosowanie różnorodnych, wzajemnie uzupełniających się metod i form edukacyjnej pracy uczniów w celu harmonijnego

rozwijania uczniów w trakcie podejmowania wielokierunkowej aktywności;

- d) integracja w aspekcie organizacyjnym – naprzemienne stosowanie różnych rodzajów aktywności uczniów w odcinkach czasowych regulowanych możliwościami, potrzebami, rytmem biologicznej sprawności uczniów;
- e) integracja zabiegów edukacyjnych wokół dziecka i jego rozwoju we wszystkich sferach: fizycznej, psychicznej, intelektualnej i moralnej.

Realizując proces edukacyjny, nie należy pominąć żadnej z wymienionych płaszczyzn, ich wspólne i równoległe stosowanie to podstawa tworzenia korzystnych warunków do rozwoju dziecka. Od **CIEBIE** zależy, w jaki sposób to zrobisz. Proponuję zacząć od lektury kilku ważnych książek, poznaj teorię i postaraj się ją przełożyć na praktykę. Im więcej będziesz wiedział, tym lepiej dla **TWOICH** uczniów.

1.3. Istota kształcenia zintegrowanego

Istotę kształcenia zintegrowanego dokładnie opisuje M. Żytko, wskazując na ważne aspekty tej formy kształcenia. Zestawienie to przedstawia się następująco:

1. Kształcenie zintegrowane to działanie pedagogiczne, którego celem jest stworzenie warunków edukacyjnych zapewniających każdemu dziecku możliwości optymalnego rozwoju.
2. W wyniku takiej formy edukacji w świadomości uczniów ma powstać zintegrowany system wiedzy, umiejętności i wartości.
3. Kształcenie zintegrowane umożliwia tworzenie naturalnych kontekstów dla rozwoju wiedzy i umiejętności dzieci, sprzyja budowaniu pomostów między wiedzą osobistą dziecka a wiedzą społeczną.
4. W toku edukacji uczeń aktywnie zdobywa, konstruuje wiedzę, nie otrzymuje jej w gotowej postaci od nauczyciela.
5. Każde dziecko realizuje w szkole swoją indywidualną drogę rozwoju, kształcenie zintegrowane ułatwia dostosowanie działań pedagogicznych do potrzeb rozwojowych poszczególnych uczniów.
6. W doborze treści kształcenia logika poszczególnych dyscyplin wiedzy może zostać zastąpiona porządkiem i logiką realnego środowiska przyrodniczego

- i społeczno – kulturowego, konstruując jednak program kształcenia, nawiązuje się do wiedzy zgromadzonej w poszczególnych dyscyplinach, do procedur i strategii poznawania, poszukuje się nadrzędnej idei integrującej, która przekracza granice przedmiotowych obszarów wiedzy.
7. Integracja obejmuje proces kształcenia i wychowania, a dotyczy celów, treści, metod i form organizacyjnych, ale także relacji społecznych nauczyciel – uczeń – środowisko rodzinne i lokalne oraz związków między poszczególnymi etapami edukacji.
 8. Nauczyciel w procesie kształcenia stwarza sytuacje edukacyjne sprzyjające aktywności dzieci i ich twórczemu działaniu na różnych obszarach.
 9. Terenem zdobywania wiedzy i doświadczeń przez dzieci nie jest tylko szkoła, ale również środowisko pozaszkolne, sytuowanie aktywności poznawczej i społeczno – emocjonalnej dziecka w różnych kontekstach ułatwia integrację osobistej wiedzy ze społeczną.
 10. Klasa szkolna staje się rodzajem warsztatu, laboratorium, które powinno zostać bogato wyposażone w środki dydaktyczne sprzyjające samodzielnej aktywności poznawczej i społecznej uczniów.
 11. Kształcenie zintegrowane stwarza możliwość integracji poznawczej i społecznej dzieci (praca w grupach, uczenie się dzieci wzajemnie od siebie, podejmowanie różnych typów aktywności – wykonywanie zadań i projektów).
 12. Integracja poznawcza i społeczno – emocjonalna nauczyciela z uczniem daje dzieciom prawo do wyrażania swoich myśli, uczestnictwa w dyskusjach i polemikach, zadawania pytań, formułowania hipotez i przypuszczeń, współuczestniczą wraz z nauczycielem w odkrywaniu wiedzy, aktywność poznawcza ucznia współwystępuje z aktywnością nauczyciela i ułatwia konstruowanie wiedzy o świecie [M. Żytko, 2005].

„Edukacja w klasach I–III realizowana jest w postaci kształcenia zintegrowanego. Kształcenie zintegrowane obejmuje: integrację czynnościową, metodyczną, organizacyjną i treściową”⁸. W kształceniu zintegrowanym

⁸ Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 14 lutego 2017 w sprawie w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz podstawy programowej kształcenia ogólnego dla szkoły podstawowej kształcenia ogólnego dla branżowej szkoły I stopnia, kształcenia ogólnego dla szkoły specjalnej przysposabiającej do pracy oraz kształcenia ogólnego dla szkoły policealnej, Dziennik Ustaw, poz.356

nacisk kładzie się na dochodzenie do wiedzy, nie na przyswajanie wiadomości. Proces dochodzenia uczniów do wiedzy poprzedzony jest szeregiem działań podjętych przez nauczyciela. Zanim zacznie on pracę nad kształtowaniem określonych pojęć i umiejętności zmierza do poznania wiedzy wstępnej - już posiadanej przez dzieci. Świadomość uczniowskiej wiedzy potocznej (osobistych punktów widzenia i przekonań uczniów) jest podstawą w planowaniu czynności uczenia się i jej przekształcania w wiedzę czynną. Zdobywanie wiedzy - głębszego rozumienia świata - zachodzi w głowie ucznia, nauczyciel zaś stwarza uczniom tylko możliwości działań poznawczych. Jeżeli nauczyciel nie nawiązuje do wiedzy ucznia, to odbiera sobie szansę na wspieranie budowania nowej wiedzy z jednoczesnym przekształceniem posiadanych przez ucznia pojęć. Uczeń buduje wtedy nowe struktury wiedzy bez powiązania z uprzednimi. Te uprzednie pozostają jako wiedza gorąca (czynna) i bardziej operatywna, która aktywizuje się w sytuacjach życia codziennego, w sytuacjach pojawiających się najczęściej spontanicznie. Nowa wiedza zbudowana bez odniesień do potocznej (uprzedniej) pozostaje jako wiedza szkolna, do zaprezentowania wyłącznie w szkolnych sytuacjach egzaminacyjnych [D. Barnes, 1998]. Zatem, każdemu uczniowi na danej lekcji czy zajęciach, staramy się dać szansę wyrażenia tego, co wie, czuje, czy umie w związku z podejmowanym tematem. Takie działanie jest zgodne z najważniejszym założeniem kształcenia zintegrowanego czyli wszechstronnym rozwojem każdego ucznia, jego dojrzewaniem do pełnienia ról społecznych, wspieraniem całościowego rozwoju.

W procesie nauczania najważniejsze jest dziecko, które staje się „podmiotem i indywidualnością, a więc kształtowanie jego osobowości odbywa się poprzez pobudzanie, aktywizowanie, rozwijanie twórczych postaw, skłanianie do podejmowania różnych działań kreatywnych, wspieranie w dążeniu do celu. Integracja to nabywanie kompetencji poprzez aktywne działanie, uczenie się wszystkimi zmysłami”⁹.

⁹ J. Nowik, Edukacja matematyczna w kształceniu zintegrowanym, Wydanie II, Wydawnictwo Nowik, Opole 2009

2. Cele i zadania edukacji zintegrowanej

Cele edukacji, niezależnie od szczebla nauczania, ułożone są hierarchicznie, od bardzo ogólnych do coraz bardziej szczegółowych. Ich hierarchizacja ułatwia pogrupowanie celów, ujawnienia ewentualnych niedostatków w ich doborze i sformułowaniu oraz pomocy w definiowaniu czynności uczniów objętych tymi celami i dopasowania zadań do tych czynności. Równocześnie umożliwiają one precyzowanie celów kształcenia na szczeblu początkowym i przedstawienie ich w aspekcie hierarchii, doniosłości i czasu realizacji [L.R.Kohlberg, R. Mayer, 1993].

Założenia i cele edukacji zintegrowanej wg J. Hanisz to „zamierzony stan końcowy, efekt uzyskany w procesie kształcenia dziecka, by w miarę swych możliwości było przygotowane do życia w zgodzie z ludźmi, przyrodą i samym sobą. Edukacja ma utwierdzić ucznia w przekonaniu, że jest wartościowe, a uczenie się może dawać satysfakcję”¹⁰. Z celu nadrzędnego J. Hanisz wprowadza cele szczegółowe:

1. Kształtowanie kompetencji komunikowania się z ludźmi.
2. Kształtowanie kompetencji współdziałania i współżycia z ludźmi.
3. Kształtowanie kompetencji posługiwania się metodami poznawania rzeczywistości.
4. Kształtowanie kompetencji wyodrębniania, opisywania i wyjaśniania związku między naturalnymi składnikami środowiska przyrodniczego a życiem i działalnością człowieka.
5. Kształtowanie kompetencji odbiorcy wytworów sztuki i przyszłego ich twórcy.
6. Kształtowanie kompetencji użytkownika wytworów techniki i przyszłego wynalazcy.

Tak sprecyzowane cele obejmują swoim zakresem całość oddziaływań edukacyjnych i wskazują wszelkie możliwe warunki do odkrywania i nabywania podstaw wiedzy o świecie, doświadczania przeżyć estetycznych,

¹⁰ J. Hanisz, *Wesoła szkoła. Program wczesnoszkolnej zintegrowanej edukacji XXI wieku*, WSiP, Warszawa 2009

artystycznych, sportowych, naukowych i społecznych, do rozwijania wyobraźni dziecka i jego kreatywności [J. Hanisz, 2009].

Z celami edukacji zintegrowanej związane są zadania edukacji wczesnoszkolnej, stanowiąc ich doprecyzowanie. W świetle literatury można wyróżnić następujące zadania edukacji zintegrowanej:

1. Przygotowanie dziecka do życia zgodnego z samym sobą (tworzenie sytuacji i warunków do kształtowania możliwości poznawczych uczniów, doskonalenie zmysłów, które dają dziecku możliwość różnorodności postrzegania zjawisk i procesów przyrodniczych oraz społecznych, aby uczniowie mogli przejść od dziecięcego do uporządkowanego, dorosłego rozumienia świata).
2. Kształtowanie dojrzałości emocjonalnej, która pozwoli na kierowanie swoim postępowaniem, wyrabianie wrażliwości w kontaktach z działami kultury i zjawiskami przyrody.
3. Rozwijanie i przekształcanie spontanicznej motywacji poznawczej w motywację świadomą (wewnętrzną), przygotowanie do podejmowania dłuższych wysiłków intelektualnych i fizycznych.
4. Rozbudzanie i stymulowanie wrażliwości i zdolności dziecka.
5. Kształtowanie umiejętności precyzyjnego wyrażania swoich myśli w mowie i piśmie, kształtowanie aktywności umysłowej i logicznego myślenia.
6. Tworzenie sytuacji sprzyjających poznaniu siebie, swoich potrzeb, możliwości intelektualnych, psychicznych i fizycznych, tworzenie sytuacji do samokontroli i samooceny.
7. Kształtowanie potrzeby dbania o swoje zdrowie i sprawność fizyczną.
8. Przygotowanie dziecka do życia przyjaznego, w zgodzie z innymi (socjalizacja dziecka).
9. Stwarzanie przyjaznego klimatu w szkole, pomaganie mu w dobrym funkcjonowaniu w szkole.
10. Tworzenie sytuacji i warunków do kształtowania poprawnych relacji (uczeń – uczeń, dziecko – rodzice, uczeń – nauczyciel, dziecko – człowiek dorosły, dziecko – kraj).

11. Tworzenie warunków do współpracy w zespole, kształtowanie poczucia współodpowiedzialności, wdrażanie do zrozumienia innych, uważnego słuchania, kulturalnego prowadzenia rozmowy.
12. Kształtowanie emocjonalnego i racjonalnego stosunku do ojczystego języka, wdrażanie do dbałości o kulturę wypowiedzi, orografii i stylu, kształtowanie poczucia przynależności do narodu.
13. Uczenie empatii i rozbudzanie wrażliwości na drugiego człowieka.
14. Zaznajamianie z normami współżycia społecznego i wdrażanie do ich przestrzegania.
15. Przygotowanie do życia w przyrodzie, z przyrodą, dla przyrody.
16. Wyrabianie potrzeby poszanowania przyrody, kształtowanie postaw proekologicznych, wdrażanie do aktywnego działania na rzecz ochrony środowiska, odpowiedzialności za środowisko, budzenie zainteresowań przyrodniczych.
17. Przygotowanie do korzystania z zasobów informacyjnych cywilizacji.
18. Tworzenie sytuacji do posługiwania się podstawowymi nośnikami informacji (słowo), odbieranie i przekazywanie informacji gestem, ruchem, barwą, tempem wypowiedzi.
19. Odbieranie i przekazywanie informacji poprzez mówienie, mimikę, pantomimę, czytanie, pisanie, malowanie, śpiewanie, użycie schematów rysunkowych i symboli matematycznych.
20. Zapoznanie z metodami i technikami uczenia się.
21. Rozwijanie własnych strategii uczenia się.

Bardzo ogólnie ujmując cele kształcenia, można stwierdzić, iż jest to efekt końcowy, osiągnięty w wyniku wdrażania wcześniej zaplanowanych, systematycznych działań dydaktyczno – wychowawczych.

„Aby ogólne cele kształcenia na szczeblu propedeutycznym mogły służyć praktyce, muszą zostać przełożone na język konkretów. Oznacza to wyrażenie ich w kategoriach szczegółowych celów edukacji wczesnoszkolnej”¹¹.

¹¹ K. Denek, Konstruowanie celów edukacji wczesnoszkolnej, Nauczyciel i Szkoła 1996/1-2 (1)

2.1. Cele edukacji wczesnoszkolnej zawarte w podstawie programowej

Podstawa programowa określa cel edukacji wczesnoszkolnej, ukierunkowany na najważniejszy i najistotniejszy element oddziaływań edukacyjnych, którym jest dziecko. Celem edukacji wczesnoszkolnej jest wspieranie całościowego rozwoju dziecka. Celem kształcenia zaś są wymagania ogólne edukacji wczesnoszkolnej opisane w odniesieniu do czterech obszarów rozwojowych dziecka: fizycznego, emocjonalnego, społecznego i poznawczego. Cele te uczeń osiąga w procesie wychowania i kształcenia przez rozwój prostych czynności praktycznych i intelektualnych w czynności bardziej złożone.

I. W zakresie fizycznego obszaru rozwoju uczeń osiąga:

- 1) sprawności motoryczne i sensoryczne tworzące umiejętność skutecznego działania i komunikacji;
- 2) świadomość zdrowotną w zakresie higieny, pielęgnacji ciała, odżywiania się i trybu życia;
- 3) umiejętność wykorzystania własnej aktywności ruchowej w różnych sferach działalności człowieka: zdrowotnej, sportowej, obronnej, rekreacyjnej i artystycznej;
- 4) umiejętność respektowania przepisów gier, zabaw zespołowych i przepisów poruszania się w miejscach publicznych;
- 5) umiejętność organizacji bezpiecznych zabaw i gier ruchowych.

II. W zakresie emocjonalnego obszaru rozwoju uczeń osiąga:

- 1) umiejętność rozpoznawania i rozumienia swoich emocji i uczuć oraz nazywania ich;
- 2) umiejętność rozpoznawania, rozumienia i nazywania emocji oraz uczuć innych osób; potrzebę tworzenia relacji;
- 3) umiejętność przedstawiania swych emocji i uczuć przy pomocy prostej wypowiedzi ustnej lub pisemnej, różnorodnych artystycznych form wyrazu;
- 4) świadomość przeżywanych emocji i umiejętność panowania nad nimi oraz wyrażania ich w sposób umożliwiający współdziałanie w grupie oraz adaptację w nowej grupie;

- 5) umiejętność odczuwania więzi uczuciowej i potrzebę jej budowania, w tym więzi z rodziną, społecznością szkoły i wspólnotą narodową;
- 6) umiejętność uświadamiania sobie uczuć przeżywanych przez inne osoby z jednoczesną próbą zrozumienia, dlaczego one występują, a także różnicowania form ich wyrażania w zależności od wieku;
- 7) umiejętność rozumienia odczuć zwierząt, wyrażania tych stanów za pomocą wypowiedzi ustnych i pisemnych oraz różnorodnych artystycznych form wyrazu.

III. W zakresie społecznego obszaru rozwoju uczeń osiąga:

- 1) świadomość wartości uznanych przez środowisko domowe, szkolne, lokalne i narodowe; potrzebę aktywności społecznej opartej o te wartości;
- 2) umiejętność nazywania poznanych wartości, oceny postępowania innych ludzi, odwoływania się w ocenie do przyjętych zasad i wartości;
- 3) potrzebę i umiejętność identyfikowania się z grupami społecznymi, które dziecko reprezentuje, nazywania tych grup i ich charakterystycznych cech;
- 4) umiejętność przyjmowania konsekwencji swojego postępowania;
- 5) umiejętność tworzenia relacji, współdziałania, współpracy oraz samodzielnej organizacji pracy w małych grupach, w tym organizacji pracy przy wykorzystaniu technologii;
- 6) umiejętność samodzielnego wyrażania swoich oczekiwań i potrzeb społecznych;
- 7) umiejętność obdarzania szacunkiem koleżanek, kolegów i osoby dorosłe, w tym starsze oraz okazywania go za pomocą prostych form wyrazu oraz stosownego zachowania;
- 8) umiejętność samodzielnej organizacji czasu przeznaczonego na odpoczynek indywidualny i w grupie;
- 9) umiejętność dbania o bezpieczeństwo własne i innych uczestników grupy, w tym bezpieczeństwo związane z komunikacją za pomocą nowych technologii oraz bezpieczeństwo uczestnictwa w ruchu drogowym.

IV. W zakresie poznawczego obszaru rozwoju uczeń osiąga:

- 1) potrzebę i umiejętność samodzielnego, refleksyjnego, logicznego, krytycznego i twórczego myślenia;

- 2) umiejętność poprawnego posługiwania się językiem polskim w mowie i piśmie, pozwalającą na samodzielną aktywność, komunikację i efektywną naukę;
- 3) umiejętność czytania na poziomie umożliwiającym samodzielne korzystanie z niej w różnych sytuacjach życiowych, w tym kontynuowanie nauki na kolejnym etapie edukacyjnym i rozwijania swoich zainteresowań;
- 4) umiejętność rozumienia i używania prostych komunikatów w języku obcym;
- 5) umiejętność rozumienia podstawowych pojęć i działań matematycznych, samodzielne korzystanie z nich w różnych sytuacjach życiowych, wstępnej matematyzacji wraz z opisem tych czynności: słowami, obrazem, symbolem;
- 6) umiejętność stawiania pytań, dostrzegania problemów, zbierania informacji potrzebnych do ich rozwiązania, planowania i organizacji działania, a także rozwiązywania problemów;
- 7) umiejętność czytania prostych tekstów matematycznych, np. zadań tekstowych, łamigłówek i zagadek, symboli;
- 8) umiejętność obserwacji faktów, zjawisk przyrodniczych, społecznych i gospodarczych, wykonywania eksperymentów i doświadczeń, a także umiejętność formułowania wniosków i spostrzeżeń;
- 9) umiejętność rozumienia zależności pomiędzy składnikami środowiska przyrodniczego;
- 10) umiejętność rozumienia legend, faktów historycznych, tradycji, elementów kultury
- 11) materialnej i duchowej oraz pojęć i symboli z nimi związanych, takich jak: rodzina, dom, naród, ojczyzna, kraj;
- 12) umiejętność uczestnictwa w kulturze oraz wyrażania swych spostrzeżeń i przeżyć za pomocą plastycznych, muzycznych i technicznych środków wyrazu, a także przy użyciu nowoczesnych technologii;
- 13) umiejętność samodzielnej eksploracji świata, rozwiązywania problemów i stosowania nabytych umiejętności w nowych sytuacjach życiowych.

[Podstawa programowa, 14 lutego 2017r.]

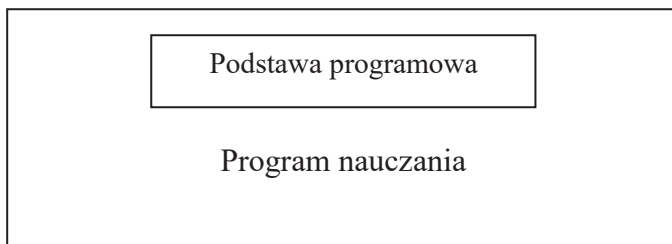
3. Podstawa programowa a program nauczania

Odpowiednie zaplanowanie procesu edukacyjnego jest nierozzerwalnie związane ze świadomością nauczyciela i odpowiedzialnością za realizację zapisów podstawy programowej oraz umiejętnością dokonania wyboru „najlepszego” programu nauczania lub też dokonania jego modyfikacji w niezbędnym zakresie, czy samodzielnego opracowania.

PAMIĘTAJ, program nauczania to nie to samo co podstawa programowa. Podstawa programowa jest dokumentem nadrzędnym wobec programu nauczania. Podstawa w skali kraju jest taka sama dla wszystkich odbiorców, program nauczania **powinien być różny, odmienny**. Program nauczania dedykowany jest konkretnej grupie dzieci-uczniów, każda grupa jest inna, więc program nauczania również powinien być inny.

Zależność między podstawą programową a programem nauczania można przedstawić w prosty sposób:

Schemat 1. Opracowanie własne



Schemat obrazuje zasięg i obszar podstawy programowej i programu nauczania. Należy pamiętać, iż obszar podstawy programowej mieści się w obszarze programu nauczania. Program nauczania nauczyciel może wybrać z programów już istniejących lub może napisać go samodzielnie. Nauczyciel powinien podejść krytycznie do programu nauczania, skorelować go z możliwościami uczniów oraz uwarunkowaniami środowiskowymi, umiejscowienia placówki, w której pracuje.

PAMIĘTAJ, zacznij swoje działania od poznania grupy dzieci, z którą przyjdzie **CI** pracować, rozpoznaj środowisko, w którym funkcjonuje placówka, wykorzystaj walory najbliższej okolicy. Weź do ręki program

nauczania, dokonaj w nim istotnych, z punktu widzenia ucznia, modyfikacji lub napisz swój własny program i **ZACZNIJ PRACĘ**. Ważna dla **CIEBIE** informacja, program „żyje”, możesz go zmieniać w trakcie realizacji. Nie przekrocz jednak granicy, modyfikacja nie może oznaczać zaniedbań, program jest narzędziem do **realizacji zapisów podstawy programowej**.

3.1. Podstawa programowa

„Podstawa programowa wychowania przedszkolnego lub podstawa programowa kształcenia ogólnego – należy przez to rozumieć obowiązkowe zestawy celów i treści nauczania, w tym umiejętności, opisane w formie ogólnych i szczegółowych wymagań dotyczących wiedzy i umiejętności, które powinien posiadać uczeń po zakończeniu określonego etapu edukacyjnego oraz zadania wychowawcze szkoły, uwzględniane odpowiednio w programach wychowania przedszkolnego i programach nauczania, oraz umożliwiające ustalenie kryteriów ocen szkolnych i wymagań egzaminacyjnych” [Ustawa o systemie oświaty, art.3.13].

Podstawa programowa zawiera odpowiedzi na pytania istotne dla nauczyciela, a mianowicie:

- w jakim celu uczę,
- czego mam nauczyć,
- do jakich efektów dążyć.

3.2. Program nauczania

Programy nauczania są różnie definiowane przez pedagogów. Oto kilka definicji.

Program ma zawierać uwagi wstępne w połączeniu z określonymi celami nauczania (...) program nauczania decyduje, jakie wiadomości, jakie umiejętności i nawyki o trwałych walorach poznawczych i wychowawczych oraz w jakiej kolejności – uczniowie mają sobie przyswoić [Cz. Kupisiewicz, 1980].

Program nauczania to przedstawienie celów, treści oraz metod nauczania i uczenia się danego przedmiotu, niekiedy również wyników, które powinny być osiągnięte przez uczniów [W. Okoń, 1990].

Program nauczania to ogół doświadczeń edukacyjnych zaplanowanych dla ucznia i nauczyciela, które mają doprowadzić ucznia do osiągnięcia określonych stanów, bądź umożliwić mu doświadczenie określonych przeżyć poznawczych i emocjonalnych. Program nauczania to zapis zamierzonych zdarzeń edukacyjnych, obejmujących zakładane wyniki uczenia się, czynności uczniów odnoszące się do określonego materiału nauczania oraz niezbędne warunki do skutecznego i sprawnego uczenia się [S. Dylak, 2000].

Przedstawione definicje pozwalają wyodrębnić pewne wspólne elementy, na które zwracają uwagę cytowani autorzy. Są to: cele nauczania, treści oraz efekty. Wydaje się więc oczywiste, iż te składniki powinny pojawić się w każdym programie nauczania.

4. Cele kształcenia matematycznego w edukacji wczesnoszkolnej

Precyzyjne określenie celów pozwala projektować efektywny proces dydaktyczny. Wiedząc, do czego dążymy, jakie efekty chcemy osiągnąć, łatwiej zaplanować ciekawą sytuację edukacyjną, sprzyjającą nauczaniu i uczeniu się.

Zofia Krygowska wyróżnia w uczeniu matematyki poziomy trzech celów. *„Pierwszy dotyczy podstawowych wiadomości i umiejętności w dziedzinie matematyki, które uznaje się za konieczne dla wszystkich (...). Drugi poziom dotyczy postaw i zachowań specyficznych dla aktywności matematycznej oraz pewnej świadomości niektórych elementów matematycznej metodologii (...). Trzeci poziom celów dotyczy postaw i zachowań intelektualnych funkcjonujących poza aktywnością matematyczną i rozwijanych przez transfer i dostosowanie postaw i specyficznych zachowań do innych dziedzin ludzkiej aktywności”* [1990].

J. Hanisz wskazuje na następujące cele edukacji matematycznej w pracy z małym dzieckiem:

- zapoznanie uczniów z podstawami wiedzy matematycznej, z jej systemem znaków, symboli, schematów i pojęć matematycznych koniecznych do dalszego kształcenia matematycznego,
- wyćwiczenie sprawności rachunkowej uczniów w zakresie czterech działań arytmetycznych,
- rozwinięcie sprawności intelektualnych u uczniów, a w szczególności myślenia.

Na inny wymiar celów nauczania matematyki w zintegrowanym procesie edukacyjnym zwraca uwagę J. Nowik, stwierdza, iż *„głównym celem nauczania matematyki jest przekazywanie treści zawartych w Podstawie programowej oraz kształtowanie w trakcie jego realizacji zamierzonych postaw. Chodzi tu przede wszystkim o aktywność twórczą i wdrażanie do samodzielnego pokonywania trudności w uczeniu się matematyki, a jednocześnie ukazanie matematyki jako narzędzia do badania i opisu otaczającego świata”*¹².

¹² J. Nowik, Kształcenie matematyczne w edukacji wczesnoszkolnej, Wydanie II, Wydawnictwo Nowik, Opole 2009

Cytowany autor wskazał na tzw. cele intelektualne elementarnego kształcenia matematycznego i dokonał ograniczenia ich do dwóch poziomów: A/B przyswajanie i operowanie informacjami matematycznymi oraz C/D posługiwanie się matematyką [2009].

Poziom A/B - Przyswajanie i operowanie informacjami matematycznymi	
A Zapamiętanie wiadomości	A1. Pamiętanie terminów (np. nazw liczebników, figur geometrycznych, jednostek miary itd.). A2. Pamiętanie faktów (zapisywanie liczb cyframi i słowami, rozpoznawanie figur geometrycznych).
B Rozumienie wiadomości	B1. Intuicyjne rozumienie pojęć (np. zbioru, figury geometrycznej). B2. Praktyczne rozumienie pojęć i reguł (działań dziesiętkowego układu pozycyjnego, prostopadłości).
C Umiejętności stosowania wiadomości w sytuacjach prostych – typowych	C1. Umiejętność analizowania sytuacji-zadań (np. wyodrębnianie w zadaniu danych i niewiadomych). C2. Umiejętność stosowania praw, reguł i algorytmów (np. wykonywanie działań w rachunku pamięciowym).
Poziom C/B - Posługiwanie się matematyką	
D Umiejętność stosowania wiadomości w sytuacjach problemowych	D1. Umiejętność dostrzegania i formułowania problemu (np. ułożenie zadania tekstowego do ilustracji). D2. Umiejętność zamiany formy zadania na inną równoważną (np. zadania w formie werbalnej na rachunkową). D3. Umiejętność rozwiązywania zadań różnymi metodami. D4. Umiejętność wyboru optymalnej metody rozwiązania zadania. D5. Umiejętność uzasadniania (np. wyboru metody rozwiązania). D6. Umiejętność rozwiązywania zadań nieschematycznych - problemowych (np. zadań mających różne rozwiązania). D7. Umiejętność dokonywania syntezy (np. zapisu rozwiązania zadania w postaci ciągu działań).

Dokładny wykaz umiejętności ucznia po kl. III szkoły podstawowej zawarty jest w podstawie programowej.

Warto wrócić do celów nauczania matematyki wskazanych przez Edmunda Stuckiego. Wyróżnił on następujące cele:

1. Przyczynianie się do wszechstronnego rozwoju osobowości uczniów, w tym przede wszystkim:
 - a) rozwijaniu ich ogólnych zdolności poznawczych,
 - b) rozwijanie samodzielnego, logicznego myślenia.
2. Wstępne ukształtowanie rozumienia podstawowych pojęć matematycznych.
3. Opanowanie odpowiednich umiejętności [1999].

Mimo upływu lat, cele wskazane przez E. Stuckiego nie straciły na swojej ważności, nadal są wyznacznikiem działań edukacyjnych realizowanych w szkołach.

5. Treści nauczania edukacji matematycznej - wykaz wiadomości i umiejętności ucznia kończącego klasę III szkoły podstawowej

Treści nauczania w edukacji wczesnoszkolnej ułożone są spiralnie, te same treści powtarzają się co pewien czas oraz pogłębiają się związki i zależności między nimi. „Ze względu na prawidłowości rozwoju umysłowego dzieci, treści nauczania powinny narastać i rozszerzać się w układzie spiralnym, tzn. że w każdym następnym roku edukacji wiadomości i umiejętności nabyte przez ucznia mają być powtarzane i pogłębiane, a potem rozszerzane”¹³. Ich powtarzanie, pogłębianie i rozszerzanie zachodzi na kolejnych poziomach umiejętności zdobytych przez dzieci. W edukacji matematycznej można mówić o kombinacji układu spiralnego treści z ich układem linowym. Kombinacja ta jest związana ze zdobywanymi umiejętnościami i ich odzwierciedlaniem w realizowanych treściach. Ze względu na prawidłowości rozwoju umysłowego dzieci, treści nauczania powinny narastać i rozszerzać się w układzie spiralnym, tzn. że w każdym następnym roku edukacji wiadomości i umiejętności nabyte przez ucznia mają być powtarzane i pogłębiane, a potem rozszerzane.

Matematyka to zbiór reguł i zasad, pozwalających opisać świat i aktywność człowieka w tym świecie. Pozwala wyposażać dziecko w niezbędne do funkcjonowania wśród innych ludzi: wiedzę i umiejętności [M. Skura, M. Lisiecki, 2011]. Edukacja matematyczna ma na celu wspomaganie rozwoju umysłowego oraz kształtowanie wiadomości i umiejętności matematycznych dzieci.

Podstawa programowa określa umiejętności uczniów po klasie III oraz wyznacza zadanie:

¹³ Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 14 lutego 2017 w sprawie w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz podstawy programowej kształcenia ogólnego dla szkoły podstawowej, w tym dla uczniów z niepełnosprawnością intelektualną w stopniu umiarkowanym lub znacznym, kształcenia ogólnego dla branżowej szkoły I stopnia, kształcenia ogólnego dla szkoły specjalnej przysposabiającej do pracy oraz kształcenia ogólnego dla szkoły policealnej, Dziennik Ustaw, poz.356, Zalecane warunki i sposób realizacji podstawy programowej

Wspomaganie rozwoju umysłowego oraz kształtowanie wiadomości i umiejętności matematycznych dzieci.

Uczeń kończący klasę III osiąga:

1. W zakresie rozumienia stosunków przestrzennych i cech wielkościowych:

- 1) określa i prezentuje wzajemne położenie przedmiotów na płaszczyźnie i w przestrzeni; określa i prezentuje kierunek ruchu przedmiotów oraz osób; określa położenie przedmiotu na prawo/na lewo od osoby widzianej z przodu (także przedstawionej na fotografii czy obrazku);
- 2) porównuje przedmioty pod względem wyróżnionej cechy wielkościowej, np. długości czy masy; dokonuje klasyfikacji przedmiotów;
- 3) posługuje się pojęciami: pion, poziom, skos.

2. W zakresie rozumienia liczb i ich własności:

- 1) liczy (w przód i wstecz) od podanej liczby po 1, po 2, po 10 itp.;
- 2) odczytuje i zapisuje, za pomocą cyfr, liczby od zera do tysiąca oraz wybrane liczby do miliona (np. 1 500, 10 000, 800 000);
- 3) wyjaśnia znaczenie cyfr w zapisie liczby; wskazuje jedności, dziesiątki, setki itd., określa kolejność, posługując się liczbą porządkową;
- 4) porównuje liczby; porządkuje liczby od najmniejszej do największej i odwrotnie; rozumie sformułowania typu: liczba o 7 większa, liczba o 10 mniejsza; stosuje znaki: $<$, $=$, $>$.

3. W zakresie posługiwania się liczbami:

- 1) wyjaśnia istotę działań matematycznych – dodawania, odejmowania, mnożenia, dzielenia oraz związki między nimi; korzysta intuicyjnie z własności działań;
- 2) dodaje do podanej liczby w pamięci i od podanej liczby odejmuje w pamięci: liczbę jednocyfrową, liczbę 10, liczbę 100 oraz wielokrotności 10 i 100 (w prostszych przykładach);
- 3) mnoży i dzieli w pamięci w zakresie tabliczki mnożenia; mnoży w pamięci przez 10 liczby mniejsze od 20; rozwiązuje równania z niewiadomą zapisaną w postaci okienka (uzupełnia okienko); stosuje własne strategie, wykonując obliczenia; posługuje się znakiem równości i znakami czterech podstawowych działań;

- 4) dodaje i odejmuje liczby dwucyfrowe, zapisując w razie potrzeby częściowe wyniki działań lub wykonując działania w pamięci, od razu podaje wynik; oblicza sumy i różnice większych liczb w prostych przykładach typu: $250 + 50$, $180 - 30$; mnoży liczby dwucyfrowe przez 2, zapisując, jeśli ma taką potrzebę, częściowe wyniki działań; przy obliczeniach stosuje własne strategie.

4. W zakresie czytania tekstów matematycznych:

- 1) analizuje i rozwiązuje zadania tekstowe proste i wybrane złożone; dostrzega problem matematyczny oraz tworzy własną strategię jego rozwiązania, odpowiednią do warunków zadania; opisuje rozwiązanie za pomocą działań, równości z okienkiem, rysunku lub w inny wybrany przez siebie sposób;
- 2) układa zadania i je rozwiązuje, tworzy łamigłówki matematyczne, wykorzystuje w tym procesie własną aktywność artystyczną, techniczną, konstrukcyjną; wybrane działania realizuje za pomocą prostych aplikacji komputerowych.

5. W zakresie rozumienia pojęć geometrycznych:

- 1) rozpoznaje – w naturalnym otoczeniu (w tym na ścianach figur przestrzennych) i na rysunkach – figury geometryczne: prostokąt, kwadrat, trójkąt, koło; wyodrębnia te figury spośród innych figur; kreśli przy linii odcinki i łamane; rysuje odręcznie prostokąty (w tym kwadraty), wykorzystując sieć kwadratową;
- 2) mierzy długości odcinków, boków figur geometrycznych itp.; podaje wynik pomiaru, posługując się jednostkami długości: centymetr, metr, milimetr; wyjaśnia związki między jednostkami długości; posługuje się wyrażeniami dwumianowanymi; wyjaśnia pojęcie kilometr;
- 3) mierzy obwody różnych figur za pomocą narzędzi pomiarowych, także w kontekstach z życia codziennego; oblicza obwód trójkąta i prostokąta (w tym także kwadratu) o danych bokach;
- 4) dostrzega symetrię w środowisku przyrodniczym, w sztuce użytkowej i innych wytworach człowieka obecnych w otoczeniu dziecka.

6. W zakresie stosowania matematyki w sytuacjach życiowych oraz w innych obszarach edukacji:

- 1) klasyfikuje obiekty i różne elementy środowiska społeczno-przyrodniczego z uwagi na wyodrębnione cechy; dostrzega rytm w środowisku przyrodniczym, sztuce użytkowej i innych wytworach człowieka, obecnych w środowisku dziecka;
- 2) dzieli na dwie i cztery równe części, np. kartkę papieru, czekoladę; używa pojęć: połowa, dwa i pół, cztery równe części, czwarta część lub ćwierć;
- 3) wykonuje obliczenia pieniężne; zamienia złote na grosze i odwrotnie, różni nominaly na monetach i banknotach, wskazuje różnice w ich sile nabywczej;
- 4) odczytuje godziny na zegarze ze wskazówkami oraz elektronicznym (wyświetlającym cyfry w systemie 24-godzinny); wykonuje proste obliczenia dotyczące czasu; posługuje się jednostkami czasu: doba, godzina, minuta, sekunda; posługuje się stoperem, aplikacjami telefonu, tabletu, komputera; zapisuje daty np. swojego urodzenia lub datę bieżącą; posługuje się kalendarzem; odczytuje oraz zapisuje znaki rzymskie co najmniej do XII;
- 5) mierzy temperaturę za pomocą termometru oraz odczytuje ją;
- 6) dokonuje obliczeń szacunkowych w różnych sytuacjach życiowych;
- 7) waży; używa określeń: kilogram, dekagram, gram, tona; zna zależności między tymi jednostkami; odmierza płyny; używa określeń: litr, pół litra, ćwierć litra;
- 8) wykorzystuje warcaby, szachy i inne gry planszowe lub logiczne do rozwijania umiejętności myślenia strategicznego, logicznego, rozumienia zasad itd.; przekształca gry, tworząc własne strategie i zasady organizacyjne;
- 9) wykorzystuje nabyte umiejętności do rozwiązywania problemów, działań twórczych i eksploracji świata, dbając o własny rozwój i tworząc indywidualne strategie uczenia się.

PAMIĘTAJ, te umiejętności Twój uczeń powinien opanować po klasie III. **TY** musisz zrobić wszystko, aby mu w tym pomóc.

6. Zadania i sytuacje zadaniowe w nauczaniu matematyki

Termin *zadanie* jest różnorodnie interpretowane, wielość definicji pozwala jednak wskazać na wspólną wykładnię znaczeniową tego pojęcia, mianowicie na *czynności* ukierunkowane na rozwiązanie. „Zadanie pojawia się zawsze wtedy, gdy zachodzi potrzeba świadomego poszukiwania środka, za pomocą którego można osiągnąć dobrze widoczny, lecz chwilowo niedostępny cel. Rozwiązanie zadania polega właśnie na szukaniu tego środka”¹⁴.

Inna definicja ujmuje *zadanie* jako „każdą informację kierowaną do ucznia, zawierającą opis sytuacji i związane z nią pytanie lub polecenie oraz wymagającą od niego wykonania określonych czynności praktycznych lub teoretycznych, związanych ze wzbogaceniem bądź też stosowaniem posiadanej wiedzy. Każda czynność ucznia w procesie uczenia się związana jest z konkretnym zadaniem poznawczym lub decyzyjnym, lub też realizacyjnym”¹⁵. Tutaj również widoczne jest ukierunkowanie aktywności ucznia na *czynności*, które umożliwiają korektę istniejącego stanu w celu osiągnięcia określonego celu. Czynności, które podejmuje uczeń są wyrażone poprzez wielopłaszczyznową aktywność podporządkowaną celowi, mają charakter intelektualny, sensomotoryczny i werbalny. Czynności te podlegają regulacji doraźnej i perspektywnej. Pierwsza z nich oznacza sterowanie aktualnymi czynnościami w sposób umożliwiający osiągnięcie rezultatu końcowego, druga oznacza dążenie do jak najlepszego wykonania czynności oraz jak najlepszego, być może nowego, rozwiązania [J. Grzesiak, 2010].

Problem zaś jest takim rodzajem zadania, którego uczeń „nie może rozwiązać bezpośrednio za pomocą posiadanego zasobu wiedzy. Rozwiązanie jego jest możliwe dzięki czynnościom myślenia produktywnego, które jednocześnie prowadzi do wzbogacenia wiedzy i umiejętności (doświadczeń) ucznia”¹⁶. Tak więc problemy są zadaniami, ale nie każde zadanie jest problemem dla każdego ucznia. To samo bowiem zadanie może być problemem dla

¹⁴ G. Polya, Odkrycie matematyczne, Omega, Warszawa 1976

¹⁵ J. Koziński, Rozwiązywanie problemów, PZWS, Warszawa 1969

¹⁶ J. Nowik, Kształcenie matematyczne w edukacji wczesnoszkolnej, Wydanie II, Wydawnictwo Nowik, Opole 2009

jednego ucznia, a dla drugiego już nie. O tym, czy jest ono problemem czy nie decydują indywidualne doświadczenia oraz kompetencje każdego ucznia. Problemy są rodzajem rozbieżności między wytyczonymi celami do osiągnięcia a rzeczywistymi kompetencjami uczniów, tworzą korzystne środowisko do powstania rozwojowej zmiany poznawczej i konstruowania wiedzy przez dziecko. Rozwiązanie problemu powoduje przyrost wiedzy i umiejętności, przyrost ten staje się na tyle wystarczający, że coś, co było problemem przestaje nim być.

A teraz spróbuj rozstrzygnąć sam, zadanie czy problem?

- jak zbudować wieżę z czterech kartek papieru bez użycia kleju, taśmy, nożyc tak, aby była bardzo stabilna i nie wywróciła się,
- w ilu miejscach należy przełamać patyk, aby podzielić go na trzy części? A na cztery części, a na pięć,
- do jednego zielonego pudełka włożono dwa niebieskie, do każdego niebieskiego włożono po cztery czerwone pudełka, ile pudełek jest razem? Co zrobić, aby było ich razem 23,
- ilu zapalek potrzebujesz do zbudowania 4 trójkątów? Spróbuj zbudować 4 trójkąty przy użyciu 6 zapalek, czy jest to możliwe, uzasadnij swój wybór,
- ile kleju potrzebujesz do wyklejenia kartki A3 mniejszymi kartkami o wymiarze 5cmx5cm? Jak myślisz, czy tyle samo kleju wystarczy do wyklejane tej samej kartki, ale karteczkami o wymiarach 1cmx1cm,
- którym długopisem uda się narysować najdłuższą linię, dlaczego tak myślisz,
- masz do dyspozycji 100 punktów, rzucasz dwiema kostkami, wykorzystujesz liczby, które wyrzuciłeś do działań, spróbuj jak najszybciej pozbyć się tych 100 punktów, jakie działania przybliżą Cię najszybciej do oczekiwanego wyniku, a jakie działania musiałbyś wykonać, aby pozbyć się puli punktów najwolniej, jak tylko się da.

I jak **CI** poszło? Rozwiązałeś zadanie, czy poradziłeś sobie z problemem? A może wykonałeś działanie na obu płaszczyznach? Rozwinąłeś się? Pomyśl ☺

6.1. Klasyfikacja zadań

W literaturze przedmiotu można spotkać się z różną interpretacją terminu *zadania* uzależnioną od nauki, z gruntu której pojęcie wyrasta. I tak filozoficzna definicja przyjmuje, iż zadanie „to świadomość konieczności i możliwości działania”¹⁷. W psychologii zaś stwierdza się, że zadanie to „mechanizm regulacyjny zachowań człowieka”¹⁸. W pedagogice zadanie to „zoperacjonalizowany cel wyrażony w postaci działań o określonej treści i wymagań wyrażenie precyzujących, które z działań i w jakim zakresie mają być przyswojone”¹⁹. Zadania szkolne wyzwalają aktywność twórczą i odtwórczą uczniów, pobudzają ich rozwój poznawczy, emocjonalny i sprawczy, są narzędziem do wywołania pożądanых zmian, a jednocześnie wdrażają ucznia do samodzielnego konstruowania różnorodnych zadań, czyli zadanie to nie tylko „coś” do rozwiązania, ale zadanie to także umiejętność stworzenia „czegoś” do rozwiązania.

Z. Krygowska dokonała podziału zadań matematycznych na:

1. **Zadania – ćwiczenia eksponujące działania matematyczne**, służą zmechanizowaniu wyboru i czynności, przy wykonywaniu ćwiczeń aktywność ucznia ogranicza się do wyboru gotowego wzoru i wykonania konkretnej czynności.
2. **Zadania zwykłe – wymagają zróżnicowanej aktywności i samodzielności**, niejednokrotnie sprowadzają się do matematycznej sytuacji opisanej w treści zadania, bez potrzeby sięgania do szczególnych pomysłów, uczniowie postępują w trakcie rozwiązywania zgodnie z pewnymi sposobami znanymi z rozwiązywania zadań podobnych.
3. **Zadania – problemy aktywizujące uczniów bez oparcia o gotowe wzory i schematy postępowania**, to zadania, których nie da się natychmiast rozwiązać za pomocą poznanego wzoru czy schematu, zawierające trudności o charakterze teoretycznym lub praktycznym, prowokujące do poszukiwań, aktywności badawczej, tworzenia nowych konstrukcji, nowej

¹⁷ A.Góralski , *Twórcze rozwiązywanie zadań*, PWN, Warszawa 1980

¹⁸ T.Tomaszewski , *Psychologia*, PWN, Warszawa 1977

¹⁹ J.Gniatecki , *Pomiar efektywności procesu kształcenia*, Wydawnictwo SSGW-AR, Warszawa 1984

wiedzy, do wypracowania racjonalnej metody itd., która może przybliżyć lub umożliwić ostateczne rozwiązanie problemu [Z. Krygowska, 1977].

Podział ten eksponuje podstawowe elementy aktywności matematycznej ucznia, czyli poszukiwanie zależności, rozwiązywanie problemów, uogólnianie twierdzeń i ich dowodzenie. Z kolei pojawienie się wymienionych rodzajów zadań pozwala na zrozumienie matematyki, opanowanie matematycznego rzemiosła oraz zastosowanie matematyki w życiu.

Poza wcześniej przedstawionym podziałem Z. Krygowska wyróżniła również:

1. **Zadania – gry i zabawy**, zasady gry mogą być oparte na określonej strukturze matematycznej, poszukiwanie strategii wygrania może być związane z odkrywaniem własności tej struktury, rozwiązywaniem matematycznych zadań i stosowaniem wiadomości poprzednio przyswojonych, gry i zabawy sprzyjają budzeniu aktywności matematycznej, a chęć wygrania stanowi często motywację do podjęcia pracy.
2. **Zadania – matematyczne niespodzianki**, samo sformułowanie zadania lub towarzyszący mu rysunek albo też jedno i drugie prowokują ucznia do popełnienia błędu w rozumowaniu, niespodzianką w tych zadaniach jest otrzymanie fałszywego wniosku, powoduje to zaskoczenie uczniów, ale jest to równocześnie motywacja do podjęcia próby wyjaśnienia, otrzymany wniosek zaskakuje ucznia swą wyraźną fałszywością, a sugestia tematu i rysunku jest tak silna, że uczeń nie wątpi w poprawność swego rozumowania, sprzeczność zostaje wyjaśniona, gdy uczeń odkryje błąd.
3. **Zadania – zastosowanie teorii**, wdrażają do racjonalnego wyboru odpowiednich środków matematycznych w celu rozwiązania zagadnień poza matematycznych i konstruowania matematycznych modeli do tych sytuacji, uświadamiają rolę matematyki w życiu.
4. **Zadania – metodologiczne**, uwzględniające podstawowe elementy metody matematycznej, obejmują takie czynności, jak: klasyfikowanie, uogólnianie, specyfikacja (w dwóch interpretacjach: podzbiory danego zbioru i podzbiory jego dopełnienia, szczególności przykłady i kontrprzykłady), upraszczanie rozumowania przez przejście od innego modelu lub wybór innych zmiennych, wykorzystanie izomorfizmu i homomorfizmu

struktur, formułowanie hipotez, definiowanie, kodowanie danych itp. [Z. Krygowska, 1977].

Powyższe zadania umożliwiają dzieciom na niższym szczeblu edukacyjnym konkretną aktywność oraz wykonywanie różnego typu czynności, sprzyjających matematyzacji. Uczeń tworzy sobie obraz matematyki poprzez pryzmat rozwiązywanych zadań.

Inna klasyfikacja, w której kryterium podziału stanowi sposób formułowania zadania, pozwala wyróżnić:

1. **„Zadania rozstrzygnięcia** - wymagające podjęcia decyzji o tym, którą z możliwych dróg ustalenia odpowiedzi uznać za słuszną, a którą za fałszywą.
2. **Zadania dopełnienia** - polegające na wyczerpującym podaniu wszystkich możliwych rozwiązań do określonej sytuacji.
3. **Zadania wykazania** – wymagające podania uzasadnienie jego prawdziwości”²⁰.

Z. Cydzik wyodrębniła zadania o charakterze ćwiczeniowym i dokonała ich podziału na:

- „ćwiczenia ułatwiające abstrahowanie i uogólnianie podstawowych pojęć matematycznych,
- ćwiczenia doprowadzające do zrozumienia zależności wzajemnie odwrotnych między działaniami logicznie pokrewnymi,
- ćwiczenia udostępniające uczniom zrozumienie treści i porównania różnicowego oraz ilorazowego,
- ćwiczenia uzmysławiające uczniom strukturę złożonego zadania tekstowego i genezę formuły nawiasowej odpowiadającej strukturze matematycznej tego zadania”²¹.

Ćwiczenia pozwalają rozwijać zdolności w zakresie myślenia matematycznego, doskonalić zdolność analizy, syntezy, porównywania i uogólniania.

Znany podział zadań, który istnieje nie tylko w matematyce, to podział na zadania typu „znaleźć” oraz „udowodnić”. Zadania typu „znaleźć” mogą

²⁰ J.Łoziński, B.Rabijewska, Formułowanie zadań matematycznych i efektywność ich rozwiązywania, Matematyka, 1973/4

²¹ Z. Cydzik, Podręcznik jako czynnik dydaktyczny w rozwiązywaniu zadań, Życie Szkoły, 1966/6

być zadaniami „teoretycznymi lub praktycznymi, abstrakcyjnymi lub konkretnymi, problemami lub nawet zagadkami. Głównymi częściami tego typu zadania są: dane, warunek i niewiadome. Jeżeli tych trzech elementów nie potrafimy w zadaniu wyróżnić, wtedy rozwiązanie zadania jest niemożliwe. Celem zadania typu „udowodnić” jest wykazanie w sposób przekonujący tego, że dane stwierdzenie jest prawdziwe lub fałszywe”²².

Można również mówić o podziale zadań ze względu na rodzaj zawartych w nich problemów, wówczas wyróżniamy **zadania zamknięte i otwarte**. **Zadania zamknięte** cechują się tym, że zarówno dane jak i szukane są ściśle określone. Rozwiązując zadania tego typu uczeń zna metodę rozwiązania. Zadania zamknięte utrwalają pewne elementy rozumowań, lecz nie kształcą wszechstronnie. W skutek takiego jednostronnego traktowania sposobu uczenia się, uczniowie nie potrafią dostrzegać rozmaitych problemów, formułować ich, a następnie wysuwać i weryfikować hipotez. Uzupełnienie zadań zamkniętych stanowią **zadania otwarte**, pozwalające uczniowi na poszukiwanie różnych dróg do otrzymania wyniku. Zadania zawierające problemy otwarte zawierają kilka różnych rozwiązań. Rola ucznia w toku rozwiązywania takich zadań nie ogranicza się jedynie do zastosowania konkretnego wzoru, uczeń poprzez działanie konkretne i myślowe na sposobność tworzenia kilku wariantów rozwiązań oraz ewentualnego wyboru rozwiązania optymalnego [J. Grzesiak, 2010].

Uogólnioną klasyfikację zadań matematycznych przedstawia W. Okoń, dokonując podziału zadań na **problemowe** i zadania **bezproblemowe**. Przy ustalaniu zasad tej klasyfikacji autor wyszedł z założenia, że strukturalny charakter zadania problemowego odnosi się zarówno do sytuacji określonych w zadaniu, jak również do czynności ucznia, związanych z danym problemem matematycznym. Wśród zadań problemowych i zadań bezproblemowych autor wyodrębnia zadania różniące się formą przedstawienia treści, to jest zadania tekstowe i zadania beztekstowe. Oba te rodzaje zadań mogą być otwarte lub zamknięte, jak również proste lub złożone, w zależności od ilości działań niezbędnych do wykonania w celu osiągnięcia wyniku końcowego [W. Okoń, 1964].

²² G. Polya, Odkrycie matematyczne, Omega, Warszawa 1976

Zadania matematyczne spełniają w procesie nauczania matematyki ogromną rolę, pełnią różne funkcje. Służą jako środek do utrwalania zdobytych wiadomości, pomagają sprawdzić postępy w nauce i wyniki nauczania, przy ich pomocy można kształtować i definiować pojęcia matematyczne, uczyć dowodzenia, pokazywać zastosowanie matematyki, kształtować wyobraźnię, logiczne myślenie. H. Kąkol uważa, że w nauczaniu matematyki najbardziej wartościowymi byłyby takie zadania, które posiadałyby jak największą liczbę wymienionych wcześniej cech poszczególnych rodzajów zadań.

Matematyka to nie tylko liczby i zadania kończące się pytaniem *ILE?* Warto przełamywać schematy, pozwolić dzieciom myśleć, działać, tworzyć. Zaproponuj im samodzielne wykonanie gry planszowej, pozwól dzieciom wymyśleć jej temat, zaprojektować planszę, opracować zasady i zagrać. Zaobserwujesz, ile radości daje uczniom konstruowanie gry, jednocześnie kształci, bardzo ważne w jego życiu społeczności uczniowskiej, umiejętności (współpraca w grupie, komunikowanie się, słuchanie siebie, odpowiedzialność za wspólnie wytyczony cel). **PAMIĘTAJ**, samodzielnie wymyślona przez dzieci gra planszowa stawia je przed koniecznością przestrzegania własnych zasad i reguł, które towarzyszą grze. Dziecku łatwiej zaakceptować reguły, które są jego pomysłem, niż to, co mu narzucamy.

Wykorzystaj zwykłe kubeczki plastikowe, oklej je kolorową taśmą, stwórz zbiór dwukolorowych kubeczków (4 kubeczki w jednym kolorze, 4 w drugim kolorze), rozłóż je na planszy (narysuj układ 16 kół, 4 na 4) zadbaj o to, aby kubeczki w tym samym kolorze nie stały obok siebie, kilka pól zostanie pustych, poproś dzieci aby postarały się ułożyć 3 kubeczki w linii poziomej, pionowej lub po skosie (zasada gry w kółko i krzyżyk) przesuwając kubeczki na wolne pola lub skacząc na kubeczkami. Gracz może ustawiać dowolne trzy kubeczki w linii niezależnie od koloru, nie gra tylko jednym kolorem.

Ucząc matematyki **rozwijaj strategię myślenia**, stwórz sytuację, w której Twój uczeń będzie myślał, przewidywał, działał. Czasami wystarczy odkurzyć stare, zapomniane zabawy z dzieciństwa, skorzystać z ich wartości edukacyjnej. Oto zabawa **OXO – KÓŁKO-KRZYŻYK- KÓŁKO**. Do zabawy wykorzystujemy kartkę w kratkę, można również użyć papieru milimetrowego, wówczas sami musimy narysować na nim kratki (5mm x 5mm), projektujemy pole gry 8 kratek na 8. Gracze decydują, który z nich będzie używał symbolu

„X”, który „O”. Zapisują na kartce swoje symbole na krawędzi kartki. Naprzemiennie stawiają swoje symbole w wybranych miejscach na kartce (wykorzystując do tego kratki), punkt zdobywa ten gracz, któremu uda się postawić trzeci symbol z zachowaniem sekwencji OXO w pionie, poziomie lub ukośnie. Gracz sam decyduje, gdzie postawi swój symbol, musi przewidywać ruchy przeciwnika i myśleć logicznie, aby wygrać [The great big book of games and puzzles, 2006].

Inna zabawa z dzieciństwa, **SKREŚLANKA Z WYOBRAŹNIĄ**. Na kartce należy narysować pionowe linie. Linie grupujemy po 1, 3, 4, 5. Kolejność poszczególnych grup i ich liczba jest dowolna. Zadanie graczy polega na skreśleniu linii poprzez narysowanie linii ukośnej. Należy tak zaplanować skreślanie, aby być osobą, która jako ostatnia dokona skreślenia [The great big book of games and puzzles, 2006].

Kolejną prostą grą umysłową, która uczy przewidywania jest **LICZBOWE TIC-TAC-TOE**. Na kartce gracze przygotowują planszę do gry, robią to w tradycyjny sposób, rysując dwie linie równoległe i dwie prostopadłe, tak aby powstało 9 pól. Każdy gracz decyduje się na określony zbiór liczb, należących do różnych zbiorów:

- gracz nr 1 w zabawie używa liczb parzystych od 1 do 9 (2,4,6, 8),
- gracz nr 2 używa w zabawie liczb nieparzystych od 1 do 9 (1, 3,5,7,9 – ma do dyspozycji o jedną liczbę więcej niż jego rywal).

Gracze mogą sobie zapisać na dole kartki liczby, którymi będą się posługiwać. Gracz dysponujący liczbami nieparzystymi rozpoczyna grę, wybiera pole, w które wpisuje wybraną ze swojego zbioru liczbę. Kolejną liczbę wpisuje gracz nr 1. Zdanie graczy polega na wpisywaniu w pola liczb tak, aby w pionie, poziomie lub skosie otrzymać sumę równą 15. Każdy gracz może wpisać liczbę ze swojego zbioru tylko raz, jeżeli użył już np. liczbę 3 nie używa jej drugi raz. Gramy tak długo, aż wszystkie pola będą wypełnione.

Uatrakcyjnij proces uczenia się, dzieci poprzez zabawę, gry są w stanie nauczyć się więcej niż pracując na kartach pracy, czy wykonując ćwiczenia z podręcznika.

6.2. Zadania zintegrowane w edukacji matematycznej

Ciekawe podejście do zadania przedstawia Janusz Gnitecki w opracowanej przez siebie **teorii zintegrowanych zadań szkolnych**, w której zadanie definiuje jako „zespół otwartych i zamkniętych operacji i działań wykonywanych na materiale nauczania w pewien określony sposób [...], dostosowanych i przekraczających aktualne możliwości poznawcze, emocjonalne i sprawcze ucznia, indywidualne, materialno-techniczne i społeczne warunki działania, sposoby kierowania i wspierania jego aktywności oraz wymagania standardowe i standardowo-niestandardowe, jakie ma ono spełnić w procesie uczenia”²³. Takie podejście pozwala wyodrębnić trzy składowe samego zadania: operacje, materiał, na którym operacje są wykonywane oraz sposoby wykonania tych operacji na materiale nauczania [A. Nowak-Łojewska, 2004]. Tak rozumiane zadanie zintegrowane jest źródłem zmiany w uczniu dokonującej się poprzez zastosowanie strategii integracji w obszarze warstwy treściowej, czynnościowej oraz sposobu wykonania na zadania na określonym materiale. Każde dobrze skonstruowane zadanie „powinno zawierać w sobie odpowiedź na trzy pytania: co mam zrobić? (pytanie o operację), na jakim materiale? (pytanie o materiał), w jaki sposób? (pytanie o sposób wykonania zadania-metody)”²⁴. Można stwierdzić, iż zadanie zintegrowane scala ze sobą trzy elementy: operacje, materiał i metody. Każdy z tych elementów przyjmuje dwie wartości, operacje twórcze i odtwórcze, materiał otwarty i zamknięty, metody algorytmiczne i heurystyczne. **Operacje twórcze** wyrażają sformułowania „wyobraź sobie”, „wymyśl”, „zaprojektuj”, **operacja odtwórcze** – „podkreśl”, „zastosuj”, „uzupełnij”, **materiał otwarty** – „dowolnie dobierając materiał”, „z wybranych przez siebie elementów”, **materiał zamknięty** – „z podanych elementów”, „ułoż działania z podanych liczb”, **metody algorytmiczne** – „wykonaj wg planu”, „postępuj zgodnie ze schematem”, **metody heurystyczne** – „rozwiąż zadanie”, „oblicz” [A. Nowak-Łojewska, 2004].

J. Gnitecki upatruje w stosowaniu zadań zintegrowanych osiem różnych ścieżek przekształceń dokonywanych przez ucznia:

²³ J. Gnitecki, *Teoria zintegrowanych zadań szkolnych*, Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań 1996

²⁴ A. Nowak-Łojewska, *Zintegrowane zadania w edukacji wczesnoszkolnej*, Impuls, Kraków 2004

1. „Kierowanie działaniem.
2. Działanie twórcze kierowane.
3. Działanie odtwórcze kierowane.
4. Działanie odtwórczo-twórcze zrównoważone.
5. Działanie wspierane.
6. Działanie twórcze wspomagane.
7. Działanie odtwórcze wspomagane.
8. Działanie odtwórczo-twórcze zrównoważone”²⁵.

Takie wielostronne podejście do zadania integruje twórcze i odtwórcze myślenie i działanie ucznia, bazuje na jego doświadczeniach i możliwościach, wykorzystuje kontekst społeczny uczenia się (niekoniecznie ucznia od nauczyciela, ale również ucznia od ucznia).

Zaprojektowanie zajęć z wykorzystaniem zintegrowanych zadań wymaga odpowiedniego planowania. Zajęcia powinny składać się z pięciu faz:

1. Przygotowania (relaksacja, wizualizacja, afirmacja).
 2. Projektowania (wysuwanie pomysłów przetwarzania materiału, percepcji zadania jako problemu, wyobrażaniu sobie rozwiązania problemu, potwierdzenie pozytywnego wyboru).
 3. Realizacji (rozwiązanie problemu - urealnienie, zastosowanie przemyślnych pomysłów).
 4. Podsumowania (analiza uzyskanych rezultatów).
 5. Planowania dalszej pracy (inspirowanie do dalszej aktywności)
- [A. Nowak-Łojewska, 2004].

Uwzględnienie powyższego schematu planowania zajęć sprzyja wszechstronnemu rozwojowi ucznia oraz umożliwia dokonanie się w nim zmiany poznawczej. Zadania te są ciekawą propozycją pracy z uczniem, wskazują na efektywność rozwiązań zawartych włączeniu dwóch przeciwstawnych procesów: twórczości i odtwórczości, co stanowi wyjście poza przyjęte stereotypy.

²⁵ J. Gnitecki, Teoria zintegrowanych zadań szkolnych, Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań 1996

6.3. Zadania tekstowe

J. Pieter „tekstowym nazywa się takie zadanie szkolne, które przedstawione jest w formie zwięzłego tekstu, a wymaga przekształcania na stosowne równanie. Zadanie tekstowe jest — z gramatycznego punktu widzenia — zdaniem pytającym lub układem zdań zakończonych pytaniem”²⁶.

Według zaś Z. Cydzik, zadanie tekstowe to „zagadnienie życiowe zawierające dane liczbowe powiązane takimi zależnościami, których wykrycie prowadzi do znalezienia odpowiedzi na pytanie główne”²⁷.

Zadanie tekstowe składa się z warstwy semantycznej i matematycznej. Zadania tekstowe podzielić można na standardowe (z wystarczającą ilością danych) i niestandardowe (zbyt mała lub duża ilość danych, sprzeczne lub ze złą treścią).

J. Nowik zwraca uwagę na rolę zadań tekstowych w kształceniu matematycznym dzieci. Podkreśla, iż wprowadzenie większości pojęć matematycznych odbywa się właśnie poprzez zadania tekstowe. Okazuje się bowiem, iż odpowiednio przekształcając treść zadania tekstowego uzyskamy odpowiedź nie tylko na zasadnicze pytanie zawarte w zadaniu – ile, ale również rozwiniemy wielokierunkowe myślenie dziecka. **Oto przykład.** Typowe zadanie z podręcznika: Dziecko ma w kieszeni 10 groszy i 2 grosze. Ile groszy ma dziecko w kieszeni? Uczniowie szybko obliczą sumę i udzielą odpowiedzi. **NIE PRZECHODŹ NATYCHMIAST DO KOLEJNEGO ZADANIA TEKSTOWEGO TEGO SAMEGO TYPU. POBAW SIĘ TREŚCIĄ, POBUDŹ MYŚLENIE DZIECI.** Spróbuj je przetransformować, np.: Dziecko ma w kieszeni 12 groszy. Jakie monety może mieć dziecko w kieszeni? **ZAUWAŻ**, baza zadania się nie zmienia, ale udzielenie odpowiedzi wymaga od dziecka odniesienia się do tego, co wie o monetach, ich nominałach. Takie przetransformowanie treści zadania tekstowego rozwija myślenie dziecka, daje możliwość zauważenia, iż zadania mogą mieć kilka rozwiązań. Rozwiązując zadania tekstowe **WPROWADZAJ** do ich treści nowe dane, zadawaj ciekawe pytania (co byłoby gdyby wśród monet, które dziecko ma w kieszenie znajdowała się jedna moneta pięciogroszowa..., jakich monet użyć, aby mieć ich

²⁶ J. Pieter, Trudności nauczania przedmiotów ogólnokształcących. Sprawozdanie częściowe z badań psychodydaktycznych, wykonanych na Uniwersytecie Łódzkim, Łódź 1954

²⁷ Z. Cydzik, Metodyka nauczania początkowego matematyki, WSiP, Warszawa 1990

w kieszeni jak najmniej..., jakich użyć, aby było ich jak najwięcej...). W ten sposób, tak naprawdę, dziecko rozwiązuje nie jedno zadanie ale kilka.

Pomocne w rozwijaniu myślenia wielokierunkowego, kształtowaniu pojęć matematycznych dziecka są zadania poprawnie skonstruowane, z niedoborem danych, ze zbyt dużą liczbą danych niesprzecznych, z danymi wzajemnie sprzecznymi, zadania otwarte oraz zadania proste i złożone łańcuchowo.

Metody rozwiązywania zadań tekstowych, które sprawdzają się w pracy z małym dzieckiem to:

- metoda stymulacji (stwarzanie innego konkretnego zadania, rozwiązaniu go i wnioskowaniu z jego rozwiązania o rozwiązaniu zadania wyjściowego);
- metoda graficzna (przedstawienie modelu rozwiązania na rysunku);
- metoda syntetyczna (wyciąganie wniosków z tego, co wiemy);
- metoda analityczna (rozpoczynanie od pytania głównego i wskazania niewiadomej);
- metoda analityczno-syntetyczna (przemienne stosowanie analizy i syntezy);
- metoda kruszenia **BARDZO LUBIANA PRZEZ DZIECI** ☺ (modyfikowanie zadania bazowego);
- metoda Polya (wykorzystanie heurystyki w rozwiązywaniu zadania, sztuka zadawania pytań przez samego rozwiązującego).

Uczniowie chętnie wykonują zadania tekstowe, lubią je „przeżywać”. **ZAANGAŻUJ** w ich rozwiązanie nie tylko „głowę” dziecka. **POZWÓL** dzieciom przedstawić zadanie w zabawie, pozwól im odegrać role, połącz myślenie z ruchem, pozwól działać. **BARDZO WAŻNYM MOMENTEM W PRACY Z ZADANIEM TEKSTOWYM JEST TEN, W KTÓRYM UCZEŃ SAM UKŁADA WŁASNE ZADANIE.**

7. Aktywność poznawcza

Aktywność poznawcza jest jedną z wielu form aktywności podejmowanych przez człowieka w ciągu życia to „indywidualna właściwość człowieka, służy zaspokajaniu potrzeb poznawczych lub wykonywaniu zadań o charakterze poznawczym. Wyraża się w dążeniu jednostki do wyjaśnienia lub zlikwidowania rozbieżności pomiędzy rzeczywistością i wiedzą zawartą w systemie poznawczym”²⁸. Człowiek aktywny poznawczo dąży do poznania zjawisk, które go zaciekały, analizuje i organizuje materiał spostrzeżeniowy, by poznać dane zjawisko [A. Gurycka 1977].

Aktywność poznawcza dziecka, zaspokajając jego ciekawość lub redukując konflikt poznawczy, nabiera pozytywnej wartości emocjonalnej i staje się podstawą rozwoju potrzeby poznawania. „Przejawami tej potrzeby jest zarówno tendencja do aktywnego usuwania rozbieżności za pomocą czynności poznawczych, jak i samodzielne dążenie do sytuacji powodujących taką rozbieżność”²⁹. W trakcie aktywności poznawczej człowiek zarówno „buduje nową wiedzę i umiejętności, jak i weryfikuje posiadaną już wiedzę oraz doskonali wcześniej nabyte umiejętności”³⁰.

Aktywność poznawcza przejawia się ona w czterech wymiarach:

- a) dochodzeniu do nowych stwierdzeń;
- b) działaniach na przyswajanym materiale;
- c) organizowaniu treści;
- d) werbalizacji [Z. Włodarskim 1998].

Dochodzenie do nowych stwierdzeń wyraża się w działaniach dziecka, które będą wymagały wychodzenia poza dostarczone informacje, przetwarzania ich i produkowania nowych. Działania sprzyjające temu procesowi to: eksperymentowanie, rozwiązywanie problemów (stawianie i weryfikacja hipotez), poszukiwanie informacji, eksploracja, wnioskowanie, definiowanie, abstrahowanie, pisanie, rozmowa, dyskusja (negocjowanie znaczeń). **Działania na przyswajanym materiale** to wszelkie czynności poznawcze na materiale,

²⁸ A. Matczak, Zarys psychologii rozwoju, Wydawnictwo Żak, Warszawa 2003

²⁹ A. Matczak, Zarys psychologii rozwoju, Wydawnictwo Żak, Warszawa 2003

³⁰ R. Michałak, Aktywizowanie ucznia w edukacji wczesnoszkolnej, Wydawnictwa Naukowe UAM, Poznań 2004

z którym dziecko styka się w postaci gotowej, to: tworzenie skojarzeń, porównywanie, klasyfikowanie, obserwacja zjawisk, dokonywanie pomiarów, czytanie. **Organizowanie treści** polega na „wiązaniu przez podmiot poszczególnych części materiału i włączaniu ich do odpowiednich ogniw własnego systemu wiedzy i umiejętności”³¹, są to działania typu: szukanie powiązań, dokonywanie przekształceń na materiale (klasyfikowanie, grupowanie, porównywanie itp.). **Verbalizacja** polega na nazywaniu przedstawień obrazowych pochodzących z zewnątrz lub będących wytworem działań człowieka. Verbalizowane są bodźce i reakcje, człowiek nazywa to, co spostrzega, określa słownie, czego oczekuje i co zamierza, należą do nich: formułowanie pytań, formułowanie własnych sądów i przekonań [Z. Włodarski, 1998]. Dorosły organizując proces dydaktyczny wykorzystuje rozmaite strategie w zależności od istoty zadania, wieku i zdolności dziecka. Nie są one stosowane przypadkowo, lecz dobierane ze świadomością wysiłków dziecka podejmowanych w danej sytuacji. Ich celem jest zachęcenie dziecka do maksymalnego zaangażowania posiadanych zdolności w rozwiązanie zadania.

7.1. Aktywność własna

Aktywność własna jest wyznacznikiem rozwoju, dokonującego się poprzez zdobywanie i organizowanie doświadczenia indywidualnego [M. Tyszkowa, 1988]. Doświadczenie to „podstawowy materiał rozwoju gromadzony w toku całego życia i aktywności jednostki w świecie”³², który odnosi się do „(...) śladów własnej, szeroko rozumianej aktywności podmiotu, aktywności przebiegającej w kontekście zdarzeń w świecie zewnętrznym, w którym jednostka uczestniczyła, i do zdarzeń w jej świecie wewnętrznym”³³. Według autorki na całokształt doświadczenia człowieka składają się trzy jego rodzaje: doświadczenie gatunkowe, indywidualne (wynoszone z własnych działań, przeżyć, zdarzeń i sytuacji, w których uczestniczy) oraz doświadczenie społeczne. Dwa ostatnie jednostka zdobywa w toku własnej aktywności.

³¹ Z. Włodarski, Psychologia uczenia się, PWN, Warszawa 1998

³² M. Tyszkowa, Rozwój psychiczny jednostki jako proces strukturacji i restrukturacji doświadczenia, [w:] Rozwój psychiczny człowieka w ciągu życia. Zagadnienia teoretyczne i metodologiczne, M. Tyszkowa (red.), PWN, Warszawa 1988

³³ j.w.

Jednostka sama organizuje sobie dopływ doświadczeń. Są one konstruowane w toku aktywności wynikającej z potrzeby sytuacji, zadań życiowych, czy działalności podmiotu. Aby jakieś doświadczenie stało się własnością jednostki, musi ona je sobie aktywnie przyswoić, czyli to doświadczenie musi stać się obiektem i narzędziem aktywności poznawczej. Ślady tej aktywności zostają zasymilowane i w związku z tym doświadczenia wcześniejsze, już w jakiś sposób ustrukturuwane podlegają procesowi restrukturyzacji. Doświadczenia uprzednie z nowymi przybierają formę takich struktur, które wyznaczają nową jakość funkcjonowania psychicznego i nową organizację aktywności charakterystyczną dla nowego stadium rozwoju indywidualnego. „Rozwój to proces, który odbywa się poprzez strukturyzowanie i restrukturyzowanie indywidualnych doświadczeń jednostki, a te procesy z kolei dokonują się poprzez podejmowanie różnych form aktywności”³⁴. Aktywność własna jest bardzo ważna w procesie uczenia się, tworzy jego fundament, stając się nieodzownym elementem każdej sytuacji dydaktycznej.

³⁴ M. Tyszkowa, Rozwój psychiczny jednostki jako proces strukturyzacji i restrukturyzacji doświadczenia, [w:] *Rozwój psychiczny człowieka w ciągu życia. Zagadnienia teoretyczne i metodologiczne*, M. Tyszkowa (red.), PWN, Warszawa 1988

8. Aktywność matematyczna

Aktywność to „samorzutna chęć działania wywołującego zewnętrzne i wewnętrzne przejawy działalności”³⁵, przy czym samorzutność działania nie oznacza dowolności, przypadkowości w postępowaniu ucznia, jest raczej jego chęcią-wolą umiejętnie pobudzaną przez nauczyciela.

Aktywność uczniowska to „w miarę samodzielne wykonywane, mniej lub bardziej świadome celu, działania uczniów w postaci ruchów, czynności werbalnych i operacji myślowych odnoszące się bezpośrednio i pośrednio do szeroko pojętych procesów i rezultatów uczenia się wartościowego pedagogicznie”³⁶.

Z kolei aktywność matematyczna „polega ona na wykonywaniu szeregu operacji myślowych (porównywania, analizy, syntezy, abstrahowania, uogólniania, rozumowania indukcyjnego i dedukcyjnego), w trakcie których ujawnia się pomysłowość i inicjatywa ucznia”³⁷. Rezultatem aktywności matematycznej jest formułowanie definicji nowych pojęć, stawianie problemów, układanie zadań, szukanie koncepcji rozwiązania zadania.

Inna definicja aktywności matematycznej jest spójna z przytoczoną powyżej, ujmuje aktywność matematyczną ucznia jako „pracę umysłu ukierunkowaną na kształcenie pojęć i rozumowanie typu matematycznego, stymulowaną przez sytuacje prowadzące do formułowania i rozwiązywania problemów teoretycznych i praktycznych”³⁸.

Prof. Z. Krygowska wyróżniła główne rodzaje aktywności składające się na ogólną aktywność matematyczną ucznia, są to:

1. „Przejmowanie i asymilowanie informacji matematycznej przekazywanej mu w rozmaitych formach (wykład, książka, program, dyskusja, film matematyczny, diagram, graf itp.).
2. Ćwiczenie podstawowych elementarnych sprawności matematycznych (algorytmy, operacje logiczne, semialgorytmy, konstrukcje geometryczne).

³⁵ W. Okoń, *Nauczanie problemowe we współczesnej szkole*, WSiP, Warszawa 1975

³⁶ M. R. Radwiłowiczowie, *O aktywności i aktywizacji uczniów w nauczaniu początkowym*, Życie Szkoły, 1966/5

³⁷ F. Urbańczyk, *Zasady nauczania matematyki*, PZWS, Warszawa 1960

³⁸ W. Nowak, *Konserwatorium z dydaktyki matematyki*, PWN, Warszawa 1990

3. Rozwiązywanie typowych zadań z zastosowaniem podstawowych metod i technik matematycznych.
4. Redagowanie, zapisywanie, ilustrowanie schematami, kodowanie itp. matematycznych treści, ćwiczenie w posługiwaniu się matematycznym językiem w jego różnych formach.
5. Porządkowanie i pamięciowe utrwalanie poprzednio poznanej wiedzy.
6. Aktywność specyficznie twórcza wykraczająca poza wymienione wyżej czynności (dostrzeganie i formułowanie problemów, konstruowanie i definiowanie nowych dla uczącego się pojęć, odkrywanie, formułowanie i dowodzenie twierdzeń, uogólnianie i specyfikacja...)”³⁹.

Wszystkie wymienione powyżej rodzaje aktywności występują w procesie uczenia się w różnych czynnościach szczegółowych. Autorka zaznacza, że „aktywność matematyczna przejawia się w różnych aktywnościach umysłowych charakterystycznych dla poszczególnych sytuacji uczenia się matematyki, ale inne aktywności występują w procesie kształtowania pojęć, inne w trakcie rozwiązywania zadań, a jeszcze inne w samodzielnym czytaniu tekstu matematycznego”⁴⁰. Czynnikiem gwarantującymi rozwijanie tych aktywności są m.in. właściwa motywacja, prawidłowe kształtowanie uwagi podczas zajęć, samodzielność myślenia i działania oraz wzbudzanie zainteresowania problemem. Nauczanie matematyki to prowokowanie i organizowanie aktywności matematycznej uczniów. Autorka, oprócz wcześniej wymienionych aktywności składających się na ogólną aktywność matematyczną, wyróżnia konkretne rodzaje aktywności matematycznej ucznia, są to:

1. **Dostrzeganie i wykorzystywanie analogii** (percepcja analogii, ich wykorzystanie to jeden z mechanizmów twórczości matematycznej, bardzo ważną rolę w nauczaniu matematyki odgrywa dostrzeganie przez uczniów analogii istotnej w danej sytuacji, transfer własności z jednej sytuacji na drugą, chodzi tu o organizowanie takich sytuacji, które prowokowałyby samych uczniów do dostrzegania wykorzystywania zauważonych analogii).
2. **Schematyzowanie** (polega na porządkowaniu pewnej rzeczywistości środkami matematycznymi, proces ten jest realizowany za pomocą

³⁹ Z. Krygowska, *Dydaktyka matematyki, T. I, Podstawowe zagadnienia dydaktyki matematyki*, PWN, Warszawa 1989

⁴⁰ Z. Krygowska, *Zarys dydaktyki matematyki*, WSiP, Warszawa 1977

środków materialnych, takich jak: rysunek, model sytuacji, graf strzałkowy, graf-drzewko, diagram, schemat Venna, tabelka, schemat przekazuje sens reprezentacji dzięki odpowiedniemu kodowi przyjętemu albo ogólnie, albo zastosowanemu tylko lokalnie w danej okazji, w ten sposób czynność schematyzowania jest ściśle związana z kodowaniem).

3. **Definiowanie** (definicja ustala i przekazuje znaczenie pewnego nowego terminu lub wyrażenia zawierającego te terminy, znaczenie zdefiniowanego terminu wykracza daleko poza to, co przedstawia definicja, definiowanie - to wybór cech konstytutywnych obiektu wśród wielu posiadanych, to wybór warunków koniecznych i wystarczających w danym systemie dla obiektu oznaczonego zdefiniowanym terminem. W procesie definiowania można wyróżnić następujące charakterystyczne etapy:
 - a) uchwycenie idei pojęcia w toku pracy w klasie, termin wprowadzony przez nauczyciela jako nazwa przyjęta w matematyce;
 - b) próby podejmowane przez uczniów, ukierunkowane na ustalenie i przekazanie znaczenia tego terminu).
4. **Dedukowanie i redukowanie** (proces dedukcji polega na szukaniu warunków koniecznych, a proces redukcji warunków wystarczających).
5. **Kodowanie, konstruowanie i racjonalne stosowanie języka symbolicznego** (to kodowanie i opisywanie pojęć, doświadczeń za pomocą języka mówionego lub pisanego, słownego i symbolicznego).
6. **Algorytmizowanie** (algorytmem nazywamy każdy przepis postępowania mający postać planu wykonywania poszczególnych czynności i prowadzący do rozwiązania zagadnienia pewnego typu, a przy tym spełniający pewne określone warunki, tymi warunkami są:
 - a) wykonywalność krok po kroku,
 - b) jednoznaczność i powtarzalność,
 - c) skończoność.

Opanowanie algorytmu nie jest celem samym w sobie, ale umiejętnością pomocniczą, która służy rozwiązywaniu problemów) [Z. Krygowska, 1997].

Analizując elementy składowe aktywności matematycznej, należy pamiętać o tym, iż nie funkcjonują one samodzielnie, w izolacji, aktualny poziom jednej aktywności jest istotny dla rozwoju innej, wzajemne się ich przenikanie i zazębianie tworzy podstawy do uczenia się matematyki.

9. Myślenie matematyczne dziecka

Dziecko rozwija się w sposób indywidualny, typowy dla siebie. Każdy uczeń, stający na progu szkoły, posiada własne doświadczenia, przeżycia, umiejętności oraz konkretny zasób pojęć i określony poziom wiedzy. Istotne w planowaniu procesu dydaktycznego jest odniesienie się do aktualnych możliwości psychofizycznych dzieci, planowanie nauczania z uwzględnieniem teorii rozwojowych. W okresie wczesnoszkolnym „dziecko najpierw działa na konkrety, potem nazywa swoje działania i w końcu posługuje się symbolem, żeby je określić”⁴¹. Proces dochodzenia do symbolu zależy od ucznia oraz procesu nauczania, oznacza to, że nie każde dziecko osiągnie poziom symbolu w tym samym czasie. Należy liczyć się z sytuacją, w której część uczniów osiągnie już poziom symbolu, część pozostanie nadal na poziomie konkretności.

J. Piaget określając model rozwoju umysłowego człowieka, ustalił okresy i stadia, przez które każdy człowiek musi przejść. Żadna z faz rozwojowych nie może zostać pominięta, zaś tempo przechodzenia na wyższe poziomy może być zróżnicowane - wydłużone lub przyspieszone.

I okres rozwoju umysłowego trwa do ok. 18 - 24 miesiąca życia, jest to czas kształtowania **inteligencji praktycznej (sensoryczno-motorycznej)**. Najważniejsze w tym okresie jest poznawanie zmysłami najbliższej przestrzeni, uczenie poruszania się w niej, panowanie nad przedmiotami. Efektem jest między innymi rozumienie stałości przedmiotów i ich rozmieszczenia wokół własnej osoby.

II okres to kształtowanie operacji konkretnych, w tym czasie dokonuje się intensywny rozwój czynności umysłowych, przy pomocy których dziecko może myśleć o realnym świecie i przekształcać go w swoim umyśle. Okres ten trwa do ok. 12 r ż i podzielony jest na 2 podokresy:

1) **przedoperacyjny** - do ok. 7 r ż, zwany też okresem **wyobrażeń przedoperacyjnych**, jest to czas przygotowywania i dojrzewania pierwszych operacji konkretnych, dotyczą one pojęć liczbowych,

2) **w drugim podokresie** rozumowanie rozszerza się z kategorii liczbowych na kategorie przestrzenno - czasowe. Powoli ustala się operacyjne

⁴¹ M. Skura, M. Lisicki, Mniej mówcie, więcej działajcie, ORE, Warszawa 2112

rozumowanie, umacnia się i organizuje w system o spoistej, operacyjnej i konkretnej logice. Po osiągnięciu pełnych kompetencji zaczyna się stopniowe przechodzenie do kolejnego okresu.

III okres to rozumowanie operacyjne na poziomie formalnym, jest to sposób rozumowania właściwy dla dorosłych. Jednak nie wszyscy osiągają ten poziom kompetencji - bardzo istotny jest tu trening rozumowania na poziomie konkretnym. Przy jego niedostatkach dorośli mają trudności z rozpatrywaniem problemów na poziomie formalnym. Poza tym w sytuacjach trudnych są skłonni do posługiwania się strategiami właściwymi dla poziomu operacji konkretnych, a nawet - przedoperacyjnych.

W życiu dziecka **przełomowym** momentem jest **7 r ż**, w tym czasie u większości pojawiają się pierwsze operacje konkretne, dziecko zaczyna się posługiwać logiką zbliżoną do tej, której używają dorośli. Jest to też preferowany sposób myślenia w uczeniu się matematyki, przyrody, nauk ścisłych, to również moment rozpoczęcia nauki w szkole. Badania L. Wołoszynowej z lat 70 - tych wykazują, że różnice indywidualne w tempie rozwoju umysłowego pierwszoklasistów sięgają 4 lat (+/-2 lata), znaczy to, że w I klasie istnieje spora grupa dzieci myślących na poziomie przedoperacyjnym.

J. Bruner wyróżnił trzy rodzaje reprezentacji:

- **enaktywną**, która bazuje na działaniu,
- **ikoniczną**, opartą na wyobrażeniach,
- **symboliczną**, której podstawę stanowi symbol.

W doświadczeniach enaktywnych prawidłowości dotyczą zmian w realnym świecie. Doświadczenia ikoniczne pozwalają odkryć prawidłowości w wyobraźni. Z kolei w przypadku symbolicznych nie są już potrzebne działania na rzeczywistych obiektach ani ich wyobrażenia, wystarczą symbole, będące reprezentacją prawidłowości. Reprezentacje symboliczne umożliwiają posługiwanie się znacznie bardziej plastycznymi i abstrakcyjnymi formami myślenia, co z kolei pozwala nie tylko reprezentować rzeczywistość, lecz również manipulować nią i przekształcać. Rozwój intelektualny polega na odczytywaniu reprezentacji i umiejętności przechodzenia z jednej reprezentacji na inną. J. Bruner zakładał, że kiedy pojawi się kolejna reprezentacja, ta poprzednia nie ginie. Człowiek bowiem ma do dyspozycji najpierw reprezentację enaktywną, potem enaktywną i ikonyczną, wreszcie wszystkie trzy

– enaktywną, ikoniczną i symboliczną. A sprawność umysłowa polega na tym, że potrafi przejść z wyższej reprezentacji na niższą, kiedy wymaga tego sytuacja [J. Bruner, 1978].

Współzależności między reprezentacjami a stadiami rozwojowymi przedstawiono w tabeli.

Tabela 1. Opracowanie wg U., G. Terlińscy, 1996 r.

Stadium/poziom- Piaget	Reprezentacja - Bruner		
	enaktywna	ikoniczna	symboliczna
Przedoperacyjne - wzrokowy	Manipulowanie przedmiotami	Czynności na sche- matach, rysunkach	Nazywanie przed- miotów, słowa kody, proste sym- bole
Operacji konkret- nych- opisowy	Działania na kla- sach, porównywa- nie własności	Ustalenie odpo- wiedniości między własnościami obiektu rzeczywi- stego i schematycz- nego	Opis w języku wer- balnym cech istot- nych dla pojęcia i związków między jego składowymi
Operacji formal- nych- logiczny	Operatywne wyko- rzystywanie opi- sów definicyjnych, wniosków ogół- nych, porównywa- nie własności	Obrazowe, sche- matyczne przedsta- wianie związków między definicjami i twierdzeniami	Konstruowanie formalnych defini- cji, badanie równo- ważności, dowody formalne twierdzeń

Wspólne dla obu teorii jest założenie, że uczenie się i tworząca się wiedza „powstają za sprawą własnej aktywności podmiotu i są wewnętrznie konstruowaną reprezentacją świata, w którym człowiek rozwija się”⁴². Determinantem rozwoju jest aktywność własna ucznia, zaś środowisko zewnętrzne stanowi podłoże dla różnorodnych działań. To, jakie to będą działania, jak zaplanowane i przeprowadzone zależy od postawy i kompetencji nauczyciela.

Wszystkie dzieci, niezależnie od środowiska, w jakim się wychowują, i systemu edukacji, jakim są objęte, przechodzą przez takie same

⁴² R. Michalak, Aktywizowanie ucznia w edukacji wczesnoszkolnej, Wyd. Naukowe UAM, Poznań 2004

etapy rozwoju poznawczego, w takiej samej kolejności. Myślenie rozwija się w procesie zdobywania wiedzy i umiejętności. Nauczanie stwarza wiele możliwości stymulowania jego rozwoju, poprzez stawianie dziecka w sytuacjach wymagających od niego aktywności intelektualnej. „Jeśli zamiast przekazywania gotowych wiadomości i umiejętności stawia się ucznia w odpowiednio dobranych sytuacjach problemowych, sam zdobywa on potrzebne informacje i dochodzi do sformułowania niezbędnych algorytmów. W ten sposób jednocześnie uzyskuje konieczną wiedzę i kształci zdolność myślenia. Ponadto, tak zdobyta wiedza odznacza się większą trwałością i operatywnością”⁴³.

9.1. Osiągnięcia rozwojowe dzieci w młodszym wieku szkolnym

Młodszy wiek szkolny to okres od 7 do 11- 12 roku życia [M. Żebrowska, 1988], ponieważ obowiązek szkolny realizują już dzieci 6-letnie, do grupy tej należałoby również włączyć, uwzględniając kryterium metrykalnego rozpoczęcia nauki, dzieci sześciolatnie. Pamiętając jednocześnie, iż zgodnie z etapami rozwoju, 6-latek to okres przedszkolny.

W omawianym okresie myślenie znajduje się, zgodnie z poglądem J. Piageta, w fazie kształtowania się operacji konkretnych. Pod koniec tego okresu operacje umysłowe charakteryzuje odwracalność, czyli zdolność wykonywania działań umysłowych w przeciwnych kierunkach oraz decentracja poznawcza – zdolność ujmowania cech rzeczywistości z różnych punktów widzenia [J. Piaget 1966, A. Matczak 2003]. Wraz z kształtowaniem się odwracalności myślenia następuje znaczący postęp w operacjach szeregowania (zdolność umysłowego porządkowania obiektów pod względem pewnej cechy) i klasyfikowania (zdolność do grupowania obiektów pod względem określonego kryterium) [A. Matczak, 2003, K. Appelt, 2006]. Czynność szeregowania u dziecka w stadium operacji konkretnych odbywa się w sposób systematyczny, zgodnie z wcześniej przyjętą strategią. Podczas czynności klasyfikowania, dziecko w stadium przedoperacyjnym grupuje tylko według jednej, określonej cechy i nie rozumie zależności między zbiorami, związków między klasą i podklasami ani zjawiska inkluzji (zawierania klas). Zdolności te

⁴³ A. Matczak, Zarys psychologii rozwoju, Wydawnictwo Żak, Warszawa 2003

posiada dopiero dziecko w stadium operacji konkretnych, czyli w wieku około 7-8 lat [K. Appelt, 2006]. Zdaniem Piageta, zdolność szeregowania i klasyfikowania przyczynia się w znaczący sposób do rozwoju zdolności pojmowania liczb. W młodszym wieku szkolnym dziecko opanowuje również zasadę zachowania stałości, która jest ściśle związana z nabytą w tym okresie umiejętnością decentracji spostrzeżeń, zdolnością ujmowania przekształceń oraz zdolnością odwracania operacji umysłowych. Zasada zachowania stałości, czyli uzmysłowienie przez dziecko, że pewne cechy przedmiotu nie zmieniają się mimo pozornej zmiany ich wyglądu, pojawia się u dzieci zwykle w stałej kolejności: na początku jest to stałość masy lub substancji w wieku około 7-8 lat, następnie stałość wagi w wieku 8-9 lat, natomiast stałość objętości pojawia się najpóźniej, bo dopiero około 11. roku życia [K. Appelt 2006]. Te cechy myślenia kształtują się właśnie w okresie młodszego wieku szkolnego. W konsekwencji prowadzi to do pojawienia się myślenia logicznego, pozwalającego na przeprowadzenie wnioskowania przyczynowo – skutkowego, dzięki czemu dziecko potrafi wyjaśnić wiele zjawisk oraz przewidywać następstwo zdarzeń. Myślenie przyczynowo – skutkowe pojawia się też dzięki zdolności tworzenia sekwencji, serii i klasyfikowania [J. Piaget 1966, A. Matczak, 2003]. Dzięki nowej jakości myślenia, dziecko doskonali sposób porządkowania przyswajanych informacji, a jego wiedza zaczyna się systematyzować. W miarę bogacenia się kontaktów dziecka z otaczającym światem, w jego umyśle tworzą się schematy poznawcze, które reprezentują całą klasę obiektów posiadających pewne wspólne cechy, czyli pojęcia [A. Matczak 2003]. Właśnie na młodszy wiek szkolny przypada intensywny rozwój myślenia pojęciowego. Zmiany, jakim podlega myślenie dziecka w okresie późnego dzieciństwa, przyczyniają się do postępu w zakresie rozwiązywania problemów, gdyż wzrasta zarówno ich złożoność i charakter (od rozwiązywania problemów na materiale konkretnym do problemów związanych z działaniem na materiale symbolicznym), jak i zmienia się sposób ich rozwiązywania. Dziecko w młodszym wieku szkolnym osiąga zdolność świadomego i kontrolowanego rozwiązywania problemów [A. Matczak 2003].

10. Planowanie pracy dydaktycznej w edukacji matematycznej uczniów klas młodszych

Ważną kompetencją nauczyciela jest umiejętność planowania dydaktycznego. Planowanie stanowi syntezę będącą logicznym następstwem dokonanej wcześniej analizy [B. Niemierko, 1997]. Praca z uczniem ma przynieść określone efekty w postaci umiejętności, wiedzy i postaw, musi być zaplanowana w sposób szczegółowy i kompleksowy. Planowanie powinno więc służyć skutecznemu kształceniu tak, aby osiągnąć to, do czego zmierzamy, czyli doprowadzić, do pożądanych zmian w psychice ucznia. Planowanie metodyczne jest ostatnim etapem planowania (po planowaniu kierunkowym i wynikowym). Nowoczesne planowanie pracy dydaktycznej zapewnia nauczycielowi:

- „zwiększenie skuteczności nauczania i wychowania;
- lepsze wykorzystanie zasobów wiedzy, motywacji, środków;
- pomniejszenie wpływu czynników ograniczających kształcenie;
- świadomą kontrolę nad przebiegiem i wynikami kształcenia;
- ochronę przed przypadkowością i chaotycznością działań i decyzji;
- upodmiotowienie ucznia w procesie kształcenia, większą jego aktywność i partnerstwo;
- rytmiczność osiągania celów i zadań;
- ustrukturyzowanie czynności uczniów i ich wiedzy;
- racjonalizm i perfekcjonizm pedagogiczny;
- zdolność do modyfikowania i unowocześnienia kształcenia;
- koordynację i integrację kształcenia w szkole;
- ochronę przed rutyną i monotonią...”⁴⁴

Tak rozumiane planowanie pozwala ustalić hierarchię celów, określić zakresu wiedzy i umiejętności, które mają być opanowane przez dzieci, a w późniejszym etapie, oceniane. Dydaktycy przedmiotu zalecają, aby cele były ujmowane w formie zoperacjonalizowanej, co pozwala dokładnie określić, do czego zmierzamy w czasie zajęć. Umożliwia to przedstawienie

⁴⁴ J. Ochendusko, Planowanie pracy dydaktycznej nauczyciela, Wydawnictwo WOM, Bydgoszcz 1998

oczekiwań w formie „stanów osiągnięć ucznia możliwych do zaobserwowania po zajęciach”⁴⁵. Oto przykłady celów operacyjnych:

1. W zakresie znajomości i zrozumienia pojęć: uczeń rozpoznaje, rozróżnia, wymienia, nazywa, podaje przykłady, oblicza, przybliża, dobiera, używa, definiuje, wskazuje.
2. W zakresie analizy i myślenia logicznego: uczeń analizuje, wyjaśnia, dowodzi, wnioskuje, przeczy, opisuje, streszcza, przekształca, ilustruje, wyszukuje, tłumaczy, szkicuje, dobiera, uzupełnia, rozróżnia, odczytuje, informację, określa, odkrywa, dostrzega, porządkuje.
3. W zakresie syntezy, rozwiązywania zadań: uczeń dokonuje syntezy, łączy, porównuje, oblicza, omawia, mierzy, wyjaśnia, rozwiązuje, przekształca, ustala zależność, buduje, sprawdza, stosuje, korzysta, przestrzega, charakteryzuje, konstruuje, strukturalizuje.
4. W zakresie rozwiązywania problemów: analizuje, dokonuje syntezy, ocenia, przewiduje, uzasadnia, planuje, dowodzi, uogólnia, krytykuje, zaprzecza, wartościuje, interpretuje, bada.

Tak opracowane cele pozwalają na dokładne określenie umiejętności dzieci po zajęciach. Pamiętać jednak należy, iż raz określone cele nauczania nie są bezwzględnie obowiązującymi. W procesie dydaktycznym uwzględnia się ucznia, wówczas nauczyciel musi wykazać się elastycznością, aby szybko reagować na sytuację, która zaistniała w trakcie zajęć, a często związana jest z zainteresowaniami dzieci lub też ewentualnymi trudnościami, i jednocześnie staje się wyznacznikiem działań, które musi podjąć nauczyciel, aby podążać za dzieckiem.

Nauczyciele w klasach I-III szkoły podstawowej pracują w oparciu o koncepcję kształcenia zintegrowanego, wiąże się to z odpowiednim zaplanowaniem działań dydaktycznych. Przygotowanie integralnej jednostki metodycznej wymaga określenia tematu naczelnego ujętego w formie bloku, określenia czasu realizacji (ilości dni) oraz podania tematów dnia i przyporządkowanych im tematów poszczególnych edukacji.

Nauczanie planuje się tematami wiodącymi, tworzącymi bloki. Każdy blok to co najmniej jeden dzień aktywności ucznia. Czas realizacji poszczególnych

⁴⁵ K. Kopeć, Proces planowania metodycznego ze szczególnym uwzględnieniem etapu tworzenia lekcji, konspektu, scenariusza, Bernardinum, Gdynia 2005

bloków określa nauczyciel elastycznie w zależności od możliwości uczniów. Wątki, wokół których organizowana jest aktywność ucznia, koncentrują się na ośniewie naczelnego tematu bloku. Każda integralna jednostka metodyczna ma wspólny temat, który łączy wszelkie poczynania nauczyciela i dzieci. Nauczanie planuje się tematami wiodącymi.

Cele dobierane do integralnych jednostek metodycznych stanowią połączenia cech kierunkowych dziecka, to znaczy cech uczuć i woli, wyznaczających, do czego dziecko będzie w przyszłości dążyło i jakie wartości uznawało oraz cech sprawnościowych. Tylko łączne ujmowanie tych celów umożliwia rzeczywistą integrację wychowania z nauczaniem.

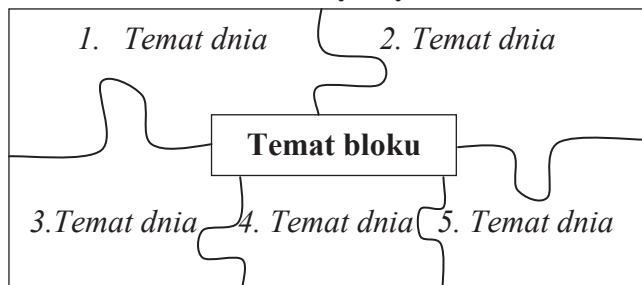
Planując zajęcia, należy wiedzieć, czego konkretnie chcę nauczyć, jakie umiejętności dzieci posiadają, rozwinię, czego nowego się dowiedzą i zastanowić się, jak to sprawdzić. Pomocne okazują się tutaj cele operacyjne, które doprecyzowują cele szczegółowe. „Co rozumiemy przez pojęcie operacyjnych celów kształcenia? Są nimi precyzyjne sposoby wyrażania ogólnych celów kształcenia początkowego w postaci zadań, pytań, problemów i poleceń. Operacyjne cele kształcenia to opisy zachowań uczniów, jakie mają oni przejawiać po ukończeniu lekcji. Cele operacyjne określają to, co uczniowie potrafią robić po zakończeniu lekcji, a czego - jak się zakłada – nie umieli oni wykonać przedtem. Chodzi tu zatem o efekty działań uczniów wyrażone w kategoriach ich zachowania się”⁴⁶. Cele operacyjne wskazują, co uczeń potrafi. Oto kilka przykładów czasowników zoperacjonalizowanych: bada, buduje, definiuje, planuje, klasyfikuje, wymienia, podkreśla, rysuje, manipuluje, streszcza, mierzy, odkrywa, generuje, formułuje...). **PAMIĘTAJ**, operacjonalizacja celów pomoże **CI** określić zamierzony efekt podjętych działań.

⁴⁶ K. Denek, Konstruowanie celów edukacji wczesnoszkolnej, Nauczyciel i Szkoła 1996 1-2 (1), 53-62

Projektowanie zajęć odbywa się wg schematu:

1. Temat bloku (blok realizowany od 1 dnia do kilku dni)
2. Temat dnia: TEMAT 1 dnia
 TEMAT 2 dnia
 TEMAT 3 dnia (...)

Schemat 2. Planowanie bloków tematycznych



Schemat 3. Konstrukcja scenariusza integralnej jednostki tematycznej

Scenariusz integralnej jednostki tematycznej
Temat bloku
Temat dnia
Tematy poszczególnych edukacji realizowanych w danym dniu
Zapisy podstawy programowej - treści
Cele zajęć
Kształtowane postawy
Metody
Formy
Środki dydaktyczne
Tok zajęć

W programie edukacji zintegrowanej nie ma podziału na wyraźne odcinki. Nauczyciel elastycznie dysponuje czasem, dzieląc go w dowolny sposób na poszczególne edukacje, pamiętając o realizacji ramowego planu nauczania.

Przebieg zajęć można planować w formie scenariuszy lub konspektów. Z analizy literatury pedagogicznej wynika, iż nie ma jednego narzędzia, w oparciu o które, można planować przebieg zajęć, dydaktycy równie często używają terminu „konspekt”, jak i „scenariusz”. Oto propozycja zapisu przebiegu zajęć z edukacji matematycznej w formie scenariusza.

Scenariusz zajęć z edukacji wczesnoszkolnej

1. Informacje wstępne:
 - Data
 - Klasa
2. Realizowany program nauczania
3. Temat bloku/ośrodka/kręgu tematycznego
4. Temat dnia
5. Temat zajęć edukacji matematycznej
6. Cele zajęć:
 - Cel ogólny
 - Cele pośrednie
 - Cele operacyjne
 - Postawy
7. Korelacja treści /z innymi edukacjami/
8. Strategie nauczania
9. Metody nauczania
10. Zasady dydaktyczne
11. Formy pracy uczniów
12. Środki dydaktyczne
13. Przebieg zajęć

Temat bloku/ośrodka/krąg tematyczny:

Temat dnia:

Temat zajęć edukacji matematycznej:

Cel ogólny:
Cele pośrednie:
Cele operacyjne:
Postawy:

Przebieg zajęć				
Realizowane zagadnienia	Metody	Formy	Czynności	
			nauczyciela	ucznia

Jest to jedna z propozycji, co nie oznacza, iż jedyna.

Poniżej przedstawiono propozycje opracowania scenariuszy zajęć z edukacji matematycznej oraz zajęć zintegrowanych wg różnych schematów.

1. SCENARIUSZ ZAJĘĆ

Zagadnienie metodyczne:

Konstruowanie wiedzy przez uczniów klas młodszych. Dochodzenie do rozumienia

Temat bloku: ***Jesień***

Temat dnia: ***Dlaczego pada deszcz?***

Cele wynikające z realizowanego zagadnienia metodycznego:

- prezentacja etapów dochodzenia do wiedzy przez dzieci /tworzenie warunków do konstruowania wiedzy, zmiana poznawcza jako element warunkujący poznanie i rozumienia, wiedza nazewnicza, deformacja wyjaśnień i interpretacji, wyjaśnienie dziecięce a badanie, wiedza wyjaśniająca, samodzielna interpretacja badań/
- demonstracja różnorodnych ćwiczeń wspierających dzieci w konstruowaniu wiedzy oraz jej rozumieniu
- wartość zabawy w aktywności twórczej dziecka oraz procesie uspołecznienia

Cele**Uczniowie:**

- wypowiadają się na dany temat
- uważnie słuchają
- dokonują analizy i syntezy, wnioskują
- konstruują zadania odpowiadające demonstrowanym schematom
- dekodują oraz kodują zapisy /schematy słów, sylab, zdań/
- liczą i przeliczają w zakresie 100
- tworzą problemy, rozwiązują je
- odtwarzają rytm piosenki
- aktywnie słuchają muzyki

Kształtowane postawy:

- motywowanie do efektywnej pracy
- kształtowanie poczucia odpowiedzialności za naukę, własne działanie
- wdrażanie do umiejętnego i efektywnego współdziałania w grupie
- poznanie i przyswojenie systemu wartości obowiązującego w rodzinie

Metody:

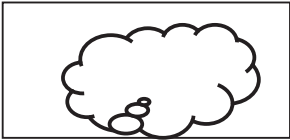
- przekazywania wiedzy /pokaz, dyskusja, pogadanka, rozmowa, demonstracja/
- samodzielnego dochodzenia do wiedzy /praktyczna, ćwiczebna/

wg W. Zaczyńskiego

Formy:

- indywidualna
- zbiorowa
- grupowa
- binarna

Przebieg zajęć:

1. Zagadki	– czytanie zagadek, zapis rozwiązań na kartkach, sprawdzenie poprawności zapisu rozwiązań /praca w parach/ – układanie słów rozpoczynających się od sylaby ma-, ko-, ta- – podział podanego słowa na sylaby /wyklaskiwanie, skinienie głową, tupanie/ – złożenie układanki	<u>Konstruowanie wiedzy przez dzieci, dochodzenie do rozumienia:</u> wiedza naukowa a wiedza osobista dziecka, wiedza nazewnicza dziecka, stymulacja dziecięcego wyjaśnienia poprzez obserwację, badanie oraz eksperyment, dziecięcia interpretacja jako wyjaśnienie zjawiska, wprowadzenie elementu wyjaśnienia naukowego z zachowaniem toku zgodnie z teorią L. Wygotskiego, tworzenie warunków do samodzielnej interpretacji zjawisk, wzbogacanie czynnego słownika dziecka /dziecięcego i naukowego/, dziecięce wyjaśnianie, argumentowanie, rozumienie pojęć i zjawisk
2. Układanka	– składanie puzzli, wykonywanie poleceń: – porównywanie ilości głosek i liter – tworzenie modelu fonetycznego – określenie części mowy – układanie zdań zakończonych wskazanym znakiem 	
3. Skojarzenia	– podawanie skojarzeń do powstałej ilustracji – ćwiczenia słuchu fonematycznego – rytmizowanie, sylabizowanie – malowanie mapy mentalnej  – grupowanie części mowy /rzeczowniki, czasowniki/	
3. Identyfikacja litery z głoską	– wyszukiwanie odpowiednich ilustracji – wybrzmiewanie nagłosu – porządkowanie liter – wyszukiwanie słów rozpoczynających się od danej głoski – układanie modelu z ilustracji D E S Z C Z	

4. Wiersz „Listopadowy deszcz”	– czytanie wiersza – porządkowanie ilustracji, nadawanie im tytułów – łączenie rzeczownika z czasownikiem / tabela/	
5. Zabawy wodą „Dotknięcie wody”, film „Dla czego pada deszcz?”	– obserwacja, wysuwanie wniosków, wyjaśnienie zaobserwowanych zjawisk /parowanie, stany skupienia, kształt w różnych naczyniach, próba opisu wody –zapach, barwa.../ – fiszki poobserwacyjne	
6. Opowiadanie Ali „Przygoda kropelek”	– krążenie wody w przyrodzie /etapy, zjawiska, zmiany/ – swobodne wypowiedzi – porządkowanie przygód kropelek, użycie zwrotów typu: opad, parowanie...	
7. Zabawy przy muzyce „Kropelki”	– „pada deszcz” dzieci stukają palcami o folię, naśladując spadające krople deszczu, na hasło „wieje wiatr” unoszą ręce do góry, przechylając się w różne strony, na hasło „pada śnieg” kręcą się wkoło, naśladując lecące płatki śniegu	
8. Zadania matematyczne	– układanie zadań do ilustracji – rozwiązywanie	
9. Parasol	ozdabianie parasola wg własnego pomysłu	

2. SCENARIUSZ ZAJĘĆ

Zagadnienie metodyczne:

Metoda czynnościowa w kształtowaniu pojęć matematycznych

Temat bloku: **Jesień**

Temat dnia: **Rysunek Adama**

Temat fragmentu zajęć: **Rozwiązywanie problemów matematycznych. Kształtowanie pojęć. Doskonalenie techniki liczenia.**

Kształtowane pojęcia:

- dużo, mało, więcej
- kształt

- przestrzeń, płaszczyzna
- liczba naturalna

Umożliwienie dziecku:

- liczenia z przesuwaniem, odkładaniem danego przedmiotu
- liczenia z dotykiem, z pokazywaniem bez dotykania
- liczenia zjawisk wolno występujących w czasie (uderzeń, klaskania)
- liczenia cichego z głośnym wypowiadaniem ostatniego liczebnika
- liczenia przerywanego, liczenia wstecz
- liczenia „oczami” wolno poruszających się przedmiotów

Cele

Uczniowie:

- wypowiadają się na dany temat
- uważnie słuchają
- dokonują analizę i syntezę wzrokową i słuchową
- dekodują oraz kodują zapisy
- liczą i przeliczają w zakresie 20
- nazywają figury geometryczne
- uzupełniają rysunki w brakujące elementy
- rozwiązują problemy
- wnioskują, uogólniają

Rozwijane postawy:

- motywowanie do efektywnej pracy
- kształtowanie poczucia odpowiedzialności za naukę, własne działanie
- wdrażanie do umiejętnego i efektywnego współdziałania w grupie
- poznanie i przyswojenie systemu wartości obowiązującego w rodzinie

Metody:

- przekazywania wiedzy /pokaz, dyskusja, pogadanka, rozmowa, demonstracja/, samodzielnego dochodzenia do wiedzy /praktyczna, ćwiczebna/
wg W. Zaczyńskiego

Formy:

- indywidualna
- zbiorowa
- grupowa
- binarna

Przebieg zajęć:

I etap m. czynnościowej	
Realizowane ćwiczenia: manipulacyjno-ruchowe z użyciem rzeczywistych przedmiotów	
1. Who has got ...	– dzieci <i>spełniające</i> warunek podany przez nauczyciela wstają, klaszczą, siadają
2. Zadanie na kartce	– czytanie polecenia, przygotowanie sytuacji problemowej, zebranie materiałów, prezentacja zadania /grupy/ – budowanie wieży
3. Wyszukiwanie problemów	– układanie pytań, tworzenie zadań, kodowanie działań na konkretach
Realizowane ćwiczenia: czynności manipulacyjno – ruchowe wykonywane za pomocą zastępników	
4. Pętla	– klaskanie – rzut kostką – uderzenia tamburyna } dz. przedstawiają problem przy użyciu klocków
5. Zapamiętaj, ułóż	– układanie zapamiętanych układów, tworzenie działań matematycznych, ilustrowanie ich ruchem
6. Zbuduj, zburz	– układanie <i>myszki</i> wg instrukcji /użycie figur geometrycznych/ – działanie odwrotne-burzenie <i>myszki</i> w kolejności odwrotnej do budowania
II etap m. czynnościowej	
czynności umowne wykonywane za pomocą środków graficznych	
7. Drabinka	– układanie pionka na wskazanym polu /rzut kostką/ – zamalowanie okienka /na-l pokazuje etykiety – szyfry, dzieci zamalowują okienka, zamiana ról-uczeń losuje etykietkę-szyfr, pokazuje dzieciom/
8. Zadanie tekstowe	– rozwijanie <i>rolki</i> , uzupełnianie zadania, tworzenie problemów, ćwiczenia prowadzące do różnych ciągów czynności o tym samym rezultacie – zapisywanie propozycji rozwiązania zadania na paskach papieru, weryfikacja – uzasadnienie
III etap m. czynnościowej	
czynności werbalne: wytwarzanie pojęć na skutek dokonywanych przez ucznia samodzielnych doświadczeń i obserwacji	

9. Koperty	– czytanie zadań, szukanie rozwiązania, argumentowanie, ilustrowanie i nazywanie wykonywanych „działań”
10. Skakanka	– burza mózgu, podanie możliwych rozwiązań, nazywanie wykonywanych „działań”
11. Kapelusz Anatola	– składanka

3. SCENARIUSZ ZAJĘĆ

Zagadnienie metodyczne:

Oddziaływania terapeutyczne w procesie dydaktycznym

Temat bloku: ***Jesień***

Temat dnia: ***Ortograficzne potyczki Adama i Ali***

Cele wynikające z realizowanego zagadnienia metodycznego:

- znaczenie oddziaływań terapeutycznych, ich rola we wspomaganiu rozwoju dziecka
- demonstracja różnorodnych ćwiczeń realizowanych w oddziaływaniach terapeutycznych /ćwiczenia wzrokowe, słuchowe kształtujące umiejętność czytania i pisanie, ćwiczenia motoryki małej, doskonalenie umiejętności liczenia, wypowiadania się ukierunkowanego i swobodnego i na dany temat/
- ćwiczenia usprawniające analizatory wzroku, słuchu w zakresie analizy i syntezy
- ćwiczenia usprawniające koncentrację, pamięć, spostrzegawczość
- wartość zabawy w aktywności twórczej dziecka oraz procesie uspołecznienia

Cele

Uczniowie:

- wypowiadają się na dany temat
- uważnie słuchają
- dokonują analizę i syntezę słuchową oraz wzrokową /materiał słuchowy oraz wzrokowy/, dzielą słowa na sylaby, głoski
- wyróżniają w zdaniach mówionych słowa, sylaby, głoski
- konstruują zadania odpowiadające demonstrowanym schematom
- dekodują oraz kodują zapisy /schematy słów, sylab, zdań/
- doskonalą sprawności ortograficzne

- liczą i przeliczają w zakresie 20
- nazywają figury geometryczne
- uzupełniają rysunki w brakujące elementy
- odtwarzają rytm piosenki
- aktywnie słuchają muzyki

Kształtowane postawy:

- motywowanie do efektywnej pracy
- kształtowanie poczucia odpowiedzialności za naukę, własne działanie
- wdrażanie do umiejętnego i efektywnego współdziałania w grupie
- poznanie i przyswojenie systemu wartości obowiązującego w rodzinie

Metody:

- przekazywania wiedzy /pokaz, dyskusja, pogadanka, rozmowa, demonstracja/
- samodzielnego dochodzenia do wiedzy /praktyczna, ćwiczebna/

wg W. Zaczyńskiego

Metody terapeutyczne:

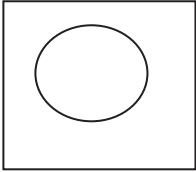
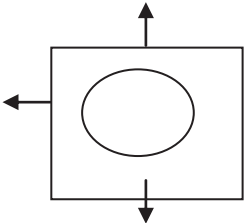
- metody usprawniania funkcji percepcyjno – motorycznych
- metody usprawniania funkcji językowych
- metody usprawniania pamięci i koncentracji, spostrzegawczości
- metody usprawniające pisanie i czytanie
- metody relaksacji

wg H. Spionek

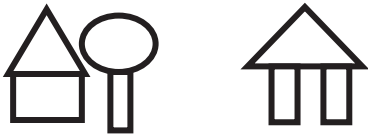
Formy:

- indywidualna
- zbiorowa
- grupowa
- binarna

Przebieg zajęć:

1. Układanka	układanie słów rozpoczynających się od sylaby ma-, ko-, ta- podział podanego słowa na sylaby /wyklastkiwanie, skinienie głową, tupanie/ złożenie składanki 	Usprawniane sfery: percepcja wzrokowa, słuchowa, wzrokowo-ruchowa, wzrokowo-słuchowa, koordynacja wzrokowo-słuchowo-ruchowa, koncentracja, spostrzegawczość, uwaga, wyobraźnia przestrzenna, pamięć, mowa, analiza i synteza myślowa, myślenie przyczynowo-skutkowe, motywacja
2. Skojarzenia	– podawanie skojarzeń z powstałą ilustracją – ćwiczenia słuchu fonematycznego – rytymizowanie, sylabizowanie – malowanie mapy mentalnej 	
3. Identyfikacja litery z głoską	– wyszukiwanie odpowiednich ilustracji – wybrzmiewanie nagłosu – porządkowanie liter – wyszukiwanie słów rozpoczynających się od danej głoski – tworzenie modelu fonetycznego  S  K  A  R  B	

4. Opowiadanie Pana Anatola	– wysłuchanie i omówienie tekstu – układanie odpowiedzi, pytań – porządkowanie pytań i odpowiedzi w pary /praca w zespołach, zespoły decydują, czy posiadają odpowiedź na pytanie, naklejanie pytań -odpowiedzi/ – układanie pytań do wskazanego obrazka, rytmizowanie pytań – określanie rodzajów zdań	
5. Odszyfrowywanie schematów	– „czytanie” wskazanego zapisu, zabawy – reagowanie umówionym ruchem, gestem, dźwiękiem na dany symbol – wskazywanie cech figur tworzących zapis, odszukiwanie kształtów w najbliższym otoczeniu – układanie rytmu figur geometrycznych do ruchu 	
6. Mapa	– co to jest mapa- swobodne rozmowy – czytanie planu, wykonywanie wskazówek /przeczytanych, usłyszanych/ – szukanie mapy /zabawa/, wykonanie zadania – ćwiczenia ortograficzne – zapis nazwy /każde dziecko zapisuje jedną literę, podaje <i>harmonijkę dalej</i>, sprawdzenie poprawności wykonania zadania/	
7. Zabawy przy muzyce poważnej, „Cztery pory roku”	– darcie papieru w rytm muzyki – gniecenie, szarpanie, rwanie	
8. Układanie kompozycji z podartego papieru	– komponowanie obrazka, praca w grupach – temat pracy: <i>Jesień</i> – omówienie ilustracji	
9. Palcówka	– zabawy paluszkowe przy muzyce	

10. Rzut kostką	– skreślanie na planszy odpowiedniej liczby elementów – wystukiwanie liczby /reagowanie na komunikat nauczyciela lub ucznia/ 	
11. Rysowanie danej liczby elementów	– rzut kostką – o 1 element więcej, mniej – klaskanie – wymyślanie sytuacji problemowych – układanie działań, obliczenia 	
12. Czytanie piktogramów	– zabawy ruchowe	
13. Odtwarzanie wzoru z figur	– wycięcie figur – zapamiętywanie układu figur, odtwarzanie 	
14. Przewlekanie	– przewlekanie nitki przez wycięte otwory w twardych kartkach papieru	
15. Malowanie wzoru kredkami	– zginanie papieru – tworzenie mozaiki	
16. Pary	– łączenie liter pisanych z drukowanymi – podawanie odpowiednich słów /zaznaczanie nagłosu, wygłosu/	

17. Zabawa głoskami	– układanie ilustracji wg instrukcji – wyszukiwanie, układanie obrazka, wypowiedzi na jego temat, rodzaje zdań, układanie zadania tekstowego /praca w grupach/ 	
18. Czytanie i pisanie „Ortografia bliźniaków”	– zamiana druku na litery pisane – pisanie zdań na temat ilustracji /praca wielopoziomowa/	
19. Relaksacja	– bajka relaksacyjna	
20. Łapki	– zabawy na materiale sensorycznym	

11. Bibliografia

- Adamek I., Podstawy edukacji wczesnoszkolnej, Oficyna Wydawnicza Impuls, Kraków 1997.
- Bałachowicz J., Styl podmiotowy w nauczaniu zintegrowanym, Forum Nauczycieli, Nauczania Zintegrowane, 2002/1.
- Barnes D., Nauczycieli uczniowie: Od porozumiewania się do kształcenia, WSiP, Warszawa 1988.
- Bruner J.S., Poza dostarczone informacje. Studia z psychologii poznawania, PWN, Warszawa 1978.
- Cackowska M., Planowanie integralnego kształcenia w klasach niższych, Nauczanie Początkowe, 1997/6.
- Cydzik Z., Podręcznik jako czynnik dydaktyczny w rozwiązywaniu zadań, Życie Szkoły, 1966/6.
- Cydzik, Metodyka nauczania początkowego matematyki, WSiP, Warszawa 1990
- Dąbek K., Matematyka dla dzieci, Nowik, Opole 2015.
- Dąbrowski M., Pozwólmy dzieciom myśleć, CKE, Warszawa 2008.
- Dąbrowski M., Pozwólmy dzieciom działać, CKE, Warszawa 2009.
- Denek K., Konstruowanie celów edukacji wczesnoszkolnej, Nauczyciel i Szkoła 1996/1-2 (1)
- Filip J., Rams T., Dziecko w świecie matematyki, Impuls, Kraków 2000.
- Głoton R., Clero C., Twórcza aktywność dziecka, WSiP, Warszawa 1991.
- Głodkowska J., Pomóżmy dziecku z upośledzeniem umysłowym doświadczać przestrzeni, Wydawnictwo WSPS, Warszawa 2000.
- Gniatecki J., Pomiar efektywności procesu kształcenia, Wydawnictwo SSGW-AR, Warszawa 1984.
- Gnitecki J., Teoria zintegrowanych zadań szkolnych, Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań 1996.
- Górska R., Problem dydaktyczny. w: T. Pilch (red.), Encyklopedia Pedagogiczna XXI wieku. Tom IV. Wydawnictwo Akademickie Żak, Warszawa 2005.
- Górska A., Twórcze rozwiązywanie zadań, PWN, Warszawa 1980.
- Grzesiak J., Podstawy teorii i metodyki kształcenia praktycznego nauczycieli, PWSZ, Konin 2010.

- Hanisz J., Wesola szkoła. Program wczesnoszkolnej zintegrowanej edukacji XXI wieku, WSiP, Warszawa 2009.
- Huryło L., Klus-Stańska D., Łojko M., Paradygmaty współczesnej dydaktyki, Impuls, Kraków 2009.
- Jaroni E., Dylematy integrowanej edukacji wczesnoszkolnej, Impuls, Kraków 2008.
- Jankowski A., Nauczanie w praktyce, tom I, CODN, Warszawa 2009.
- Jugowar B., Psychologia rozwojowa dla rodziców, Nasza Księgarnia, Warszawa 1982.
- Juszczyk S., Kistela M., Budniak A., Pedagogika przedszkolna i wczesnoszkolna w sytuacji zmiany społecznej, kulturowej i oświatowej. Studia, rozprawy, praktyka, wydanie I, Wydawca: Katedra Pedagogiki Wczesnoszkolnej i Pedagogiki Mediów, Instytut Pedagogiki, Wydział Pedagogiki i Psychologii, Uniwersytet Śląski w Katowicach, Katowice 2011.
- Kalinowska A., Matematyczne zadania problemowe w klasach początkowych – między wiedzą osobistą a jej formalizacją, „Impuls”, Kraków 2010.
- Kalinowska A., Pozwólmy dzieciom działać – mity i fakty o rozwijaniu myślenia matematycznego, CKE, Warszawa 2010.
- Kapica G., Rozrywki umysłowe w nauczaniu początkowym, WSiP, Warszawa 1986.
- Karaczewska J., Kwaśniewska M., Dziecko sześciolatnie w szkole, Wydawnictwa Pedagogiczne ZNP, Kielce 2009.
- Kierstein Z., Aktywne metody w kształceniu matematycznym, Nowik, Opole, 2004.
- Klus-Stańska D., Kalinowska A., Rozwijanie myślenia matematycznego młodszych uczniów, Wydawnictwo Akademickie Żak, Warszawa 2004.
- Klus-Stańska D., Nowicka M., Sensy i bezsensy edukacji wczesnoszkolnej, WSiP, Warszawa 2005.
- Klus-Stańska D., Szczepka-Pustkowska M., Pedagogika wczesnoszkolna – dyskursy, problemy, rozwiązania, Wydawnictwa Akademickie i Profesjonalne, Warszawa 2009.
- Kohlberg L. R., Mayer R., Rozwój jako cel wychowania. [w:] Kwieciński Z., Witkowski L., Spory o edukację. Dylematy i kontrowersje we współczesnych pedagogiach, Warszawa 1993.

- Komorowska H., O programach prawie wszystko, WSiP, Warszawa 1999.
- Kopeć K., Proces planowania metodycznego ze szczególnym uwzględnieniem etapu tworzenia lekcji, konspektu, scenariusza, Bernardinum, Gdynia 2005.
- Kotarbiński T., Kurs logiki, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa, 1960.
- Kozielecki J., Rozwiązywanie problemów, PZWS, Warszawa 1969.
- Krygowska Z., Zarys dydaktyki matematyki, WSiP, Warszawa 1999.
- Krygowska Z., Dydaktyka matematyki, T. I, Podstawowe zagadnienia dydaktyki matematyki, PWN, Warszawa 1989.
- Kujawiński J., Metody edukacji wczesnoszkolnej, „Życie Szkoły” 1995, nr 1.
- Kujawiński J., Rozwijanie aktywności twórczej uczniów klas początkowych. Zarys dydaktyki, WSiP, Warszawa 1990.
- Kwiatkowska M., Topińska Z., Pedagogika przedszkolna, WSiP, Warszawa 1978.
- Lubomorska K., Edukacja elementarna. Podstawy teoretyczne – wybrane zagadnienia, CODN, Warszawa 2005.
- Łoziński J., Rabijewska B., Formułowanie zadań matematycznych i efektywność ich rozwiązywania, Matematyka, 1973/4.
- Mateczak A., Zarys psychologii rozwoju, Wydawnictwo Żak, Warszawa 2003.
- Michalewicz Z., D. B. Fogel, Jak to rozwiązać czyli nowoczesna heurystyka, WNT, Warszawa 2006.
- Michalik R., Misiorna E., Konteksty gotowości szkolnej, Impuls, Kraków 2010.
- Michalak R., Aktywizowanie ucznia w edukacji wczesnoszkolnej, Wyd. Naukowe UAM, Poznań 2004.
- Mikołajczyk M., Jak pracować z uczniem zdolnym, Ośrodek Rozwoju Edukacji, Warszawa 2013.
- Misiorna, Integracja w edukacji wczesnoszkolnej, Wojewódzki Ośrodek Metodyczny, Poznań, 1997.
- Muszyńska Ł., Integralne wychowanie i nauczanie w klasach I-III, Warszawa-Poznań, 1974.
- Niemierko B., ABC testów osiągnięć szkolnych, WSiP, Warszawa 1975.
- Nowak W., Konserwatorium z dydaktyki matematyki, PWN, Warszawa 1990.

- Nowak-Łojewski, Zintegrowane zadania w edukacji wczesnoszkolnej, Impuls, Kraków 2004.
- Nowik J., Kształcenie matematyczne w edukacji wczesnoszkolnej, Wydawnictwo NOWIK, Opole 2009.
- Nowik J., Kształcenie matematyczne w edukacji wczesnoszkolnej, Wznowienie, Wydawnictwo Nowik, Opole 2011.
- Ochendusko J., Planowanie pracy dydaktycznej nauczyciela, Wydawnictwo WOM, Bydgoszcz 1998.
- Okoń W., Słownik pedagogiczny, PWN, Warszawa 1987.
- Okoń W., Słownik pedagogiczny, PWN, Warszawa 1990.
- Okoń W., Nowy słownik pedagogiczny, Wydawnictwo ŻAK, Warszawa 1996.
- Okoń W., Nowy słownik pedagogiczny, Warszawa 2008.
- Okoń W., Nauczanie problemowe we współczesnej szkole, WSiP, Warszawa 1975.
- Oszwa U. (red.), Psychologia trudności arytmetycznych u dzieci. Doniesienia z badań, Impuls, Kraków 2008.
- Oszwa U., Zaburzenia rozwoju umiejętności arytmetycznych. Problem diagnozy i terapii, Impuls, Kraków 2005.
- Piech K., Tradycyjne metody heurystyczne – przegląd i zastosowania, Studia i Prace Kolegium Zarządzania i Finansów SGH, Warszawa, 40/2003, s. 97.
- Pieter J., Trudności nauczania przedmiotów ogólnokształcących. Sprawozdanie częściowe z badań psychodydaktycznych, wykonanych na Uniwersytecie Łódzkim, Łódź 1954.
- Plewka Cz., Taraszkiewicz M., Uczymy się uczyć, Pedagogium Wydawnictwo OR TWP w Szczecinie, Szczecin 2010.
- Polya G, Odkrycie matematyczne, Omega, Warszawa 1976.
- Poradnik jak aktywnie spędzać czas. Wielka Księga gier i zabaw. Tytuł oryginału: The great big book of games and puzzles, Copyright © 2006 Arcturus Publishing Limited.
- Poznańska T., O kształtowaniu pojęć matematycznych w klasach niższych, WSiP, Warszawa 1976.
- Puślecki W., Gry problemowe w nauczaniu początkowym, WSiP, Warszawa 1991.

- Radwiłowiczowie M., R., O aktywności i aktywizacji uczniów w nauczaniu początkowym, *Życie Szkoły*, 1966/5
- Rożek B., Urbańska E., Klubik Małego Matematyka: rozwijanie aktywności matematycznych uczniów I etapu edukacyjnego, Ośrodek Rozwoju Edukacji, Warszawa 2012.
- Skura M., Lisicki M., Proste przepisy na szkolne sukcesy, Nowa Era, Warszawa 2010.
- Skura M., Lisicki M., Matematyka w działaniu. Program edukacji matematycznej w klasach I-III szkoły podstawowej, WSiP, Warszawa 2011.
- Skura M., Lisicki M., Za progiem. Kilka pytań o to jak rozwija się dziecko i jaka jest rola nauczyciela w tym rozwoju, ORE, Warszawa 2011.
- Skura M., Lisicki M., Mniej mówcie- więcej działajcie. Działam – rozumiem - opisuję. Program edukacji wczesnoszkolnej w działaniu, ORE, Warszawa 2012.
- Szmidt K.J., Twórczy uczeń w gimnazjum. Jaki jest i jak mu pomagać?, *Trendy*, ORE, Warszawa, 3/2010.
- Tyszkowa M, Rozwój psychiczny jednostki jako proces strukturalizacji i restrukturalizacji doświadczenia, [w:] *Rozwój psychiczny człowieka w ciągu życia. Zagadnienia teoretyczne i metodologiczne*, M. Tyszkowa (red.), PWN, Warszawa 1988
- maszewski T, *Psychologia*, PWN, Warszawa 1977.
- Urbańczyk F., *Zasady nauczania matematyki*, PZWS, Warszawa 1960.
- Wheeler D., Matematyzacja jako podstawowa orientacja w nauczaniu „matematyki dla wszystkich”, *Dydaktyka Matematyki*, Warszawa 1986, nr VI.
- Walczyzna J., *Integracja nauczania początkowego*, Ossolineum, 1968.
- Węglińska M., *Jak przygotować się do zajęć zintegrowanych*, Impuls, Kraków 2002.
- Więckowski R., Geneza współczesnej koncepcji integracji edukacji wczesnoszkolnej, *Ruch Pedagogiczny*, 1 – 2/1999.
- Włodarski Z, *Psychologia uczenia się*, PWN, Warszawa 1998.
- Wygotski L., *Narzędzie i znaki w rozwoju dziecka*, PWN, Warszawa 2006.
- Wygotski L., *Wybrane prace psychologiczne*, PWN, Warszawa 1971.
- Wygotski L., *Myślenie i mowa*, PWN, Warszawa 1989.
- Wygotski L, *Myślenie i mowa*. Warszawa, PWN 1989; IDEM: *Sobranie sochinienii*. T. 1: Voprosy teorii i istorii psikhologii. Moskwa, Mir 1982; The

Collected Works of L.S. Vygotsky. Vol. 1: Problems of General Psychology. Including the Volume: Thinking and Speech. New York, Plenum 1987.

Żytko M., Kilka uwag o praktyce kształcenia zintegrowanego, [w:] Kształcenie zintegrowane: problemy teorii i praktyki, Żytko M. (red), Wydawnictwo Akademickie „Żak”, Warszawa 2002.

Żytko M., Metodyczne stereotypy w edukacji elementarnej w świetle badań osiągnięć językowych i matematycznych 9-latków, [w:] Paradygmaty współczesnej dydaktyki, Hurlo L., Klus-Stańskiej D., Łojko M. (red), Oficyna Wydawnicza Impuls, 2009.

Żytko M., Rola nauczyciela edukacji elementarnej - postulaty a rzeczywistość, [w:] Problemy wczesnej edukacji, Tom 1, 2006/72.

Żytko M., Dylematy kształcenia zintegrowanego, Nauczanie Zintegrowane, 2005/6.

ROZPORZĄDZENIE MINISTRA EDUKACJI NARODOWEJ z dnia 14 lutego 2017 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz podstawy programowej kształcenia ogólnego dla szkoły podstawowej, w tym dla uczniów z niepełnosprawnością intelektualną w stopniu umiarkowanym lub znacznym, kształcenia ogólnego dla branżowej szkoły I stopnia, kształcenia ogólnego dla szkoły specjalnej przysposabiającej do pracy oraz kształcenia ogólnego dla szkoły policealnej.